



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Специальное машиностроение»

КАФЕДРА «Колесные машины»

Отчёт о выполнении лабораторной работы №2
по курсу
«Динамика транспортных средств»
на тему
«Математическая модель подвески четверти массы автомобиля»

Студент СМ10-71

(подпись, дата)

В.Б. Сухоносенко

(Ф.И.О.)

Преподаватель

(подпись, дата)

П.В. Зыбин

(Ф.И.О.)

2025 г.

Содержание

1	Исходные данные	1
2	Основная часть	2
2.1	Математическое описание системы	2
2.2	Составление блок-схемы в Simulink	4
2.3	Проверка модели	6
2.4	Движение по синусоидальному профилю без демпфирования	7
2.5	Движение по синусоидальному профилю с демпфированием	8
2.6	Движение при работе отбойников	9
3	Вывод	11
A	Скрипт MATLAB для модели Simulink	12

1 Исходные данные

Задачей лабораторной работы №2 являлось построение математической модели подвески 1/4 части автомобиля и анализ её поведения при различных параметра системы. В ходе составления модели необходимо учесть:

- Упругость и демпфирование шины и подвески;
- Неудерживающую связь колёс с дорожным полотном;
- Работу подвески при отбое;
- Наличие массы у колёс;

При этом были приняты следующие допущения:

- Колебания считать малыми, исключительно вертикальными;
- Нелинейностями упругих и демпфирующих характеристик подвески и шины пренебречь

Упрощённая схема построена на рис. 1.1

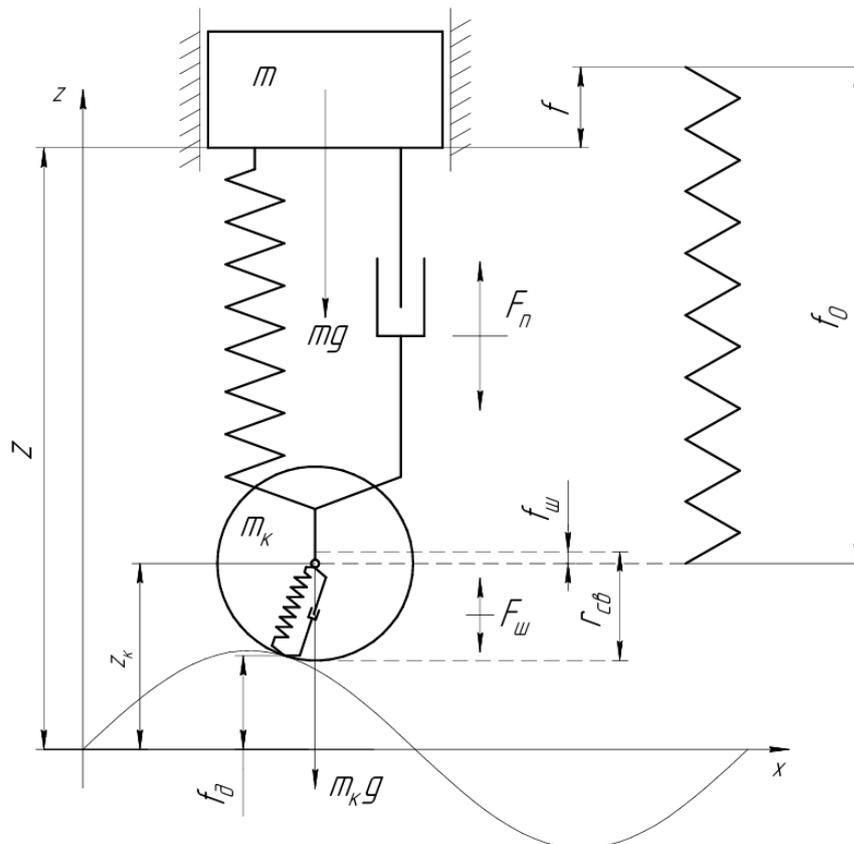


Рисунок 1.1 — Схема подвески четверти автомобиля

2 Основная часть

2.1 Математическое описание системы

Система (рис. 1.1) имеет две степени свободы, поэтому описывается системой из двух дифференциальных уравнений.

На поддрессоренную массу действует сила тяжести $-mg$, сила упругости от подвески $F_s = c(f_0 + z_k - z)$, где f_0 - условная длина пружины в свободном состоянии, $z_k(t)$ - координата центра масс колеса, z - координата центра масс m , c - коэффициент упругости подвески; демпфирующая сила со стороны амортизатора $F_d = b(\dot{z}_k - \dot{z})$, где b - коэффициент демпфирования подвески; $-F_p$ - сила от отбойника.

На неподрессоренную массу (колесо) действует усилие со стороны подвески (3-й закон Ньютона), собственная сила тяжести $-m_k g$, силы упругости и демпфирования со стороны шины $c_k(r_s + z_r - z_k) + b(\dot{z}_r - \dot{z}_k)$, где c_k, b_k - коэффициенты упругости и демпфирования шины, r_s - свободный радиус колеса, $z_r(t)$ - координата профиля дороги; сила от отбойника $+F_p$ (3-й закон Ньютона)

Отбой учтён следующим образом: при изменении расстояния между центром масс поддрессоренной массы и колеса $\Delta = z - z_k$ относительно расстояния отбойников при статическом положении $\Delta_0 = z_0 - z_{k0}$ большее, чем на $h_{\text{отб}} = h_{\text{сж}} = h$ начинает действовать сила

$$\begin{cases} F_p = c_p[\Delta_0 - \Delta + h], & \Delta_0 - \Delta \leq -h \text{ (Упор колеса вниз)} \\ F_p = 0, & \Delta_0 - h < \Delta < \Delta_0 + h \\ F_p = c_p[\Delta_0 - \Delta - h], & \Delta_0 - \Delta \geq h \text{ (Упор колеса вверх)} \end{cases} \quad (2.1)$$

(z_0, z_{k0} - положение центра масс кузова и колеса в неподвижном состоянии - "в статике"; c_p - жёсткость отбойника)

Из 2-го закона Ньютона для поддрессоренной и неподрессоренной масс получим

$$\begin{cases} m\ddot{z} = F_s + F_d - mg - F_p = c(f_0 + z_k - z) + b(\dot{z}_k - \dot{z}) - mg - F_p \\ m_k\ddot{z}_k = c_k(r_s + z_r - z_k) + b_k(\dot{z}_r - \dot{z}_k) - m_k g + F_p - [F_s + F_d] \end{cases} \quad (2.2)$$

Помимо этого, необходимо задать (в Simulink это будет выполнено с помощью блоков Saturation) отсутствие работы шины на растяжение:

$$\begin{cases} r_s + z_r - z_k \geq 0 \\ c_k(r_s + z_r - z_k) + b_k(\dot{z}_r - \dot{z}_k) \geq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

2.1.1 Задание профиля дороги

Профиль дороги для двух экспериментов задавался двумя способами. В первом случае профил дороги считался синусоидальным, а скорость автомобиля – постоянной. Отсюда функция высоты дороги от времени

$$z_r(t) = \frac{H}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{A} \cdot vt\right) \quad (2.4)$$

Где A - длина базового участка дороги (длина периода), H - амплитуда профиля (см. рис. 2.1).

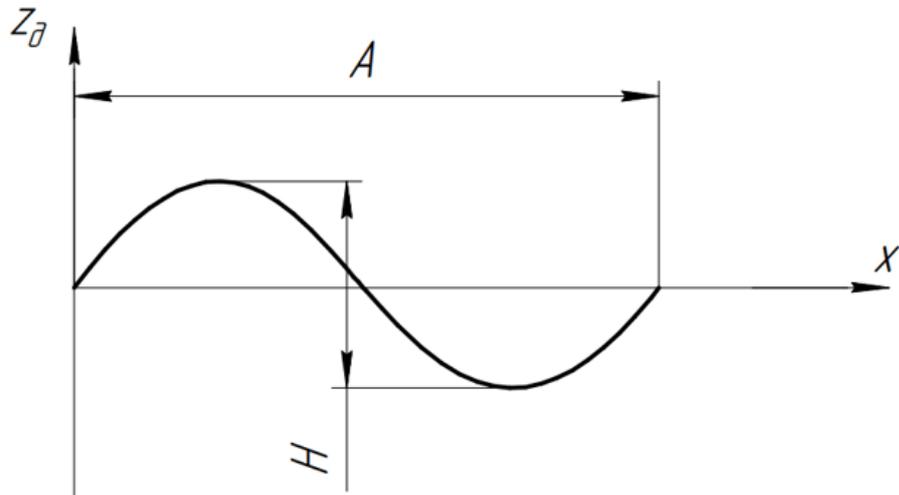


Рисунок 2.1 – Синусоидальный профиль дороги и его параметры

Во втором случае (проверка работы отбойников) профиль дороги выполнен в виде "ямы"

$$z_r(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ -0.8, & t \geq 1 \end{cases} \quad (2.5)$$

Рис. 2.3 раскрывает подмодель "Подвеска в которой вычисляется сила в подвеске $P_{II} = F_s + F_d$. Аналогично на рис. 2.4 вычисляются упругие и демпфирующие силы, возникающие в шине.

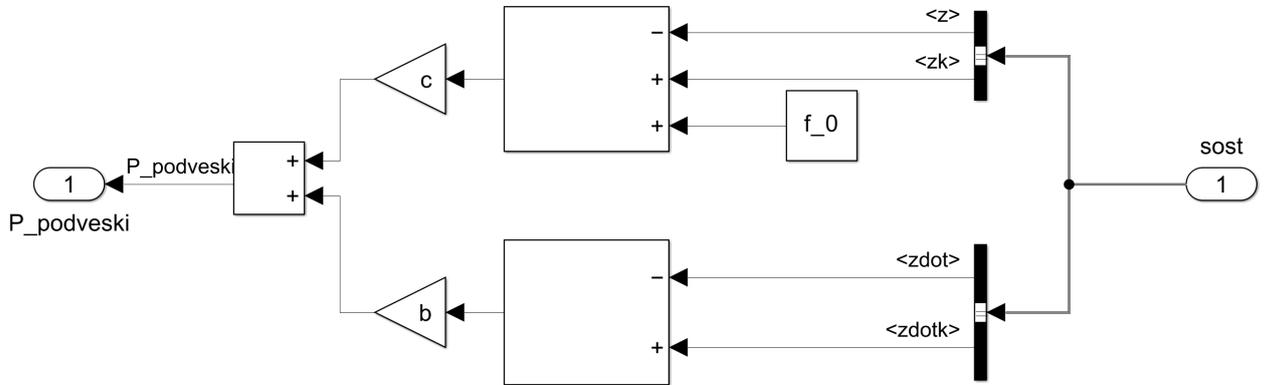


Рисунок 2.3 – Подмодель "подвеска"

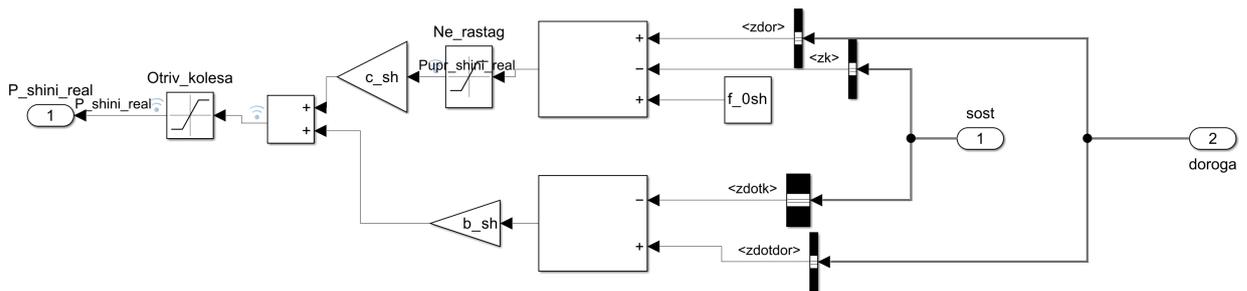


Рисунок 2.4 – Подмодель "шина"

С помощью блока "Dead zone" моделируется возникновение дополнительной упругой силы при отбое (рис. 2.5).

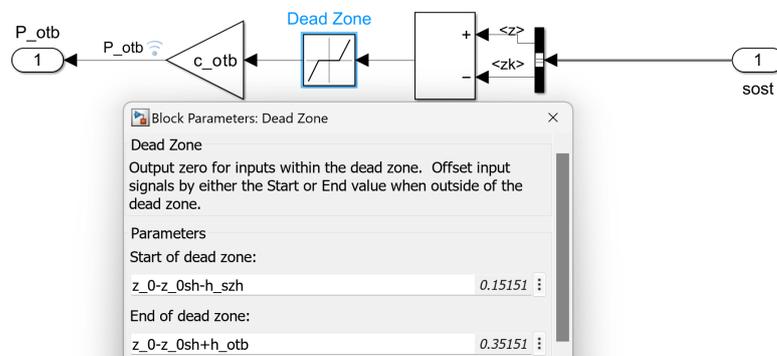


Рисунок 2.5 – Моделирование отбоя

2.3 Проверка модели

Проверка правильности составленной модели произведена подстановкой в Simulink начальных условий, соответствующих равносному положению центра масс кузова и колеса при покое: $z(0) = z_0, z_k(0) = z_{k0}, \dot{z}_k(0) = \dot{z}(0) = 0$. Начальные условия подставлены в соответствующие интеграторы. Профиль дороги задан как $z_r(t) \equiv 0$.

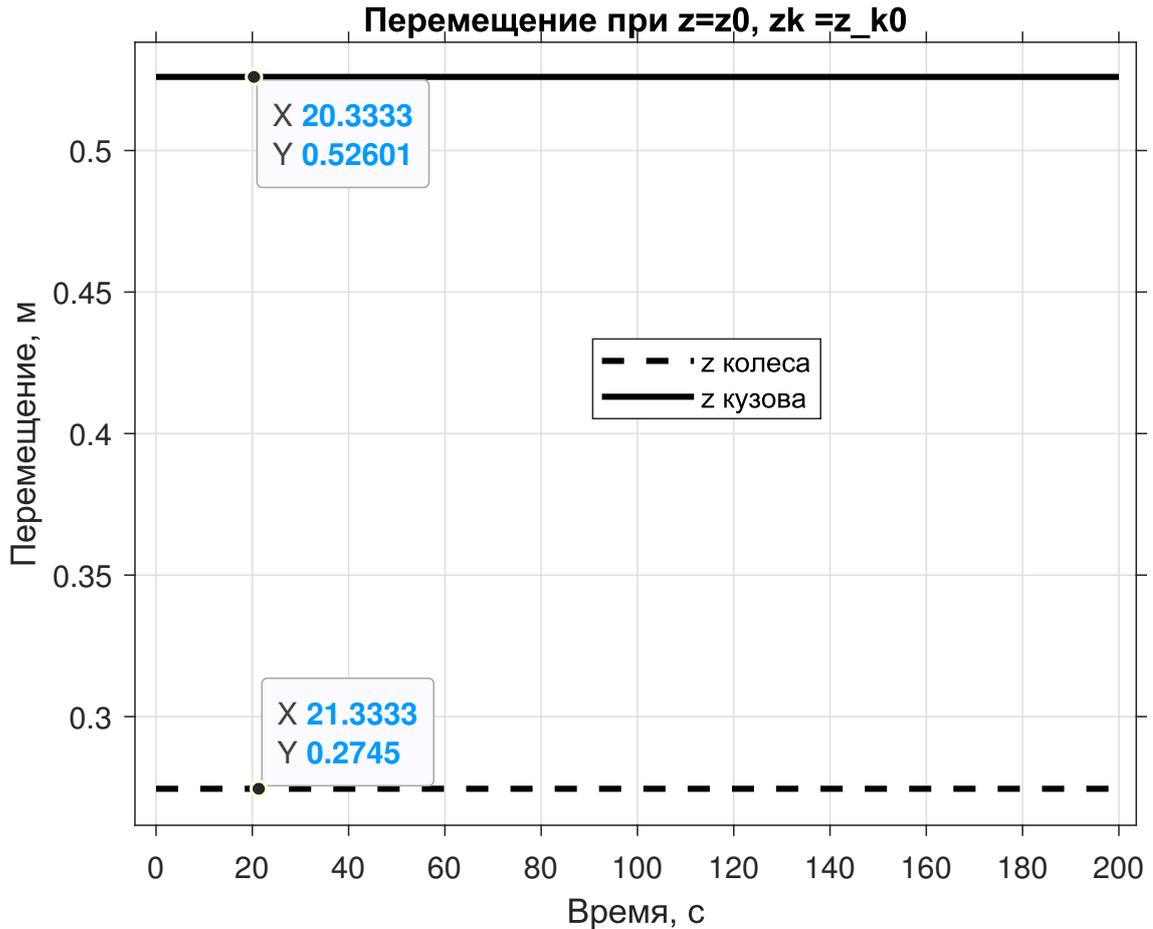


Рисунок 2.6 — Перемещения при начальных условиях, соотв. равновесию

Как видно из графика 2.6, при заданных начальных условиях система находится в равновесии, причём координаты z, z_k остаются равными вычисленными из уравнений 2.2 значениям z_0, z_{k0}

В последующих экспериментах начальные условия в интеграторах (см. рис. 2.2) будут соответствовать равновесному состоянию.

2.4 Движение по синусоидальному профилю без демпфирования

Примем $b = b_k = 0$, а блок, соответствующий отбою, отключим, тем самым получив $F_p \equiv 0$. На рис. 2.7 представлен получающийся график перемещения кузова и колеса. Устанавливаются колебания, повторяющие колебания высоты дорожного полотна.

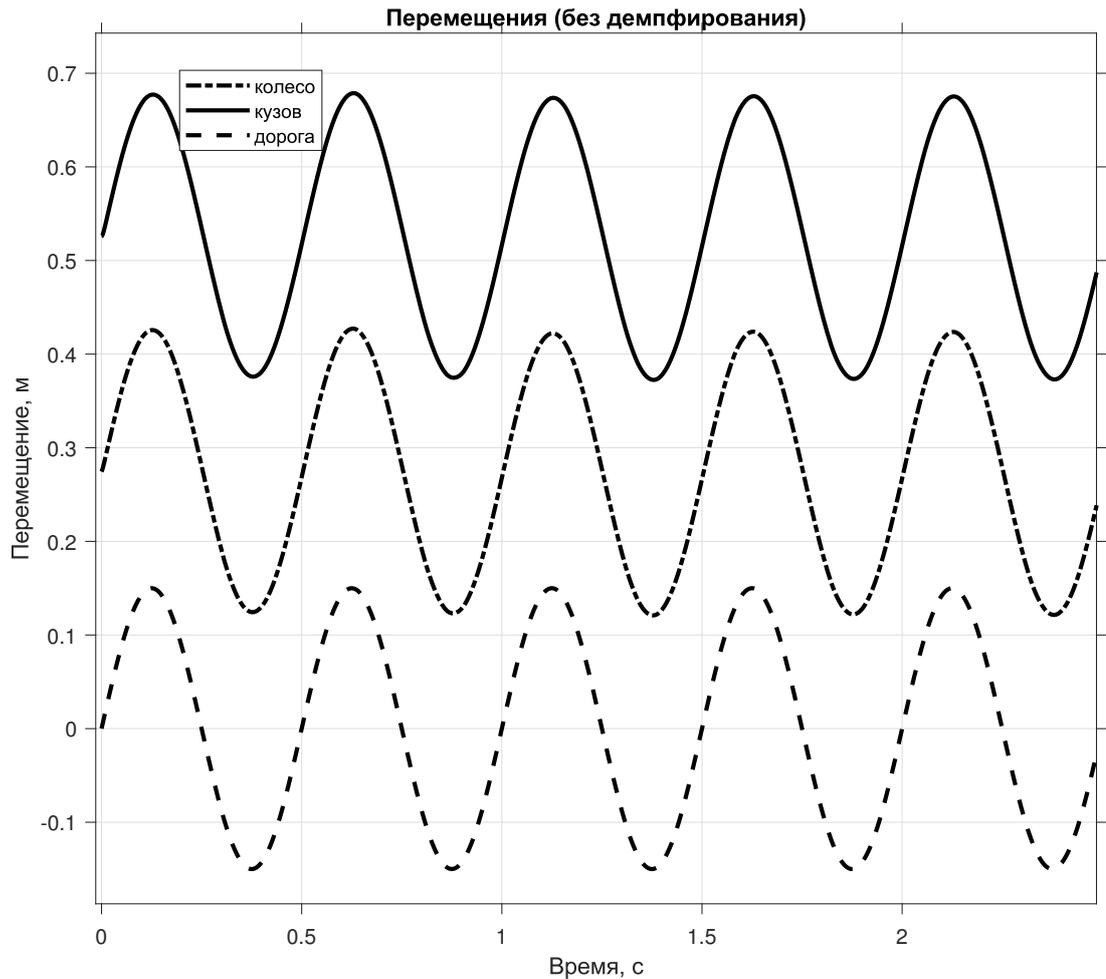


Рисунок 2.7 — Перемещения при отсутствии демпфирования

2.5 Движение по синусоидальному профилю с демпфированием

Введём демпфирование b, b_k . На рис. 2.8 видно, как изменилось перемещение колеса и кузова по сравнению с предыдущим экспериментом.

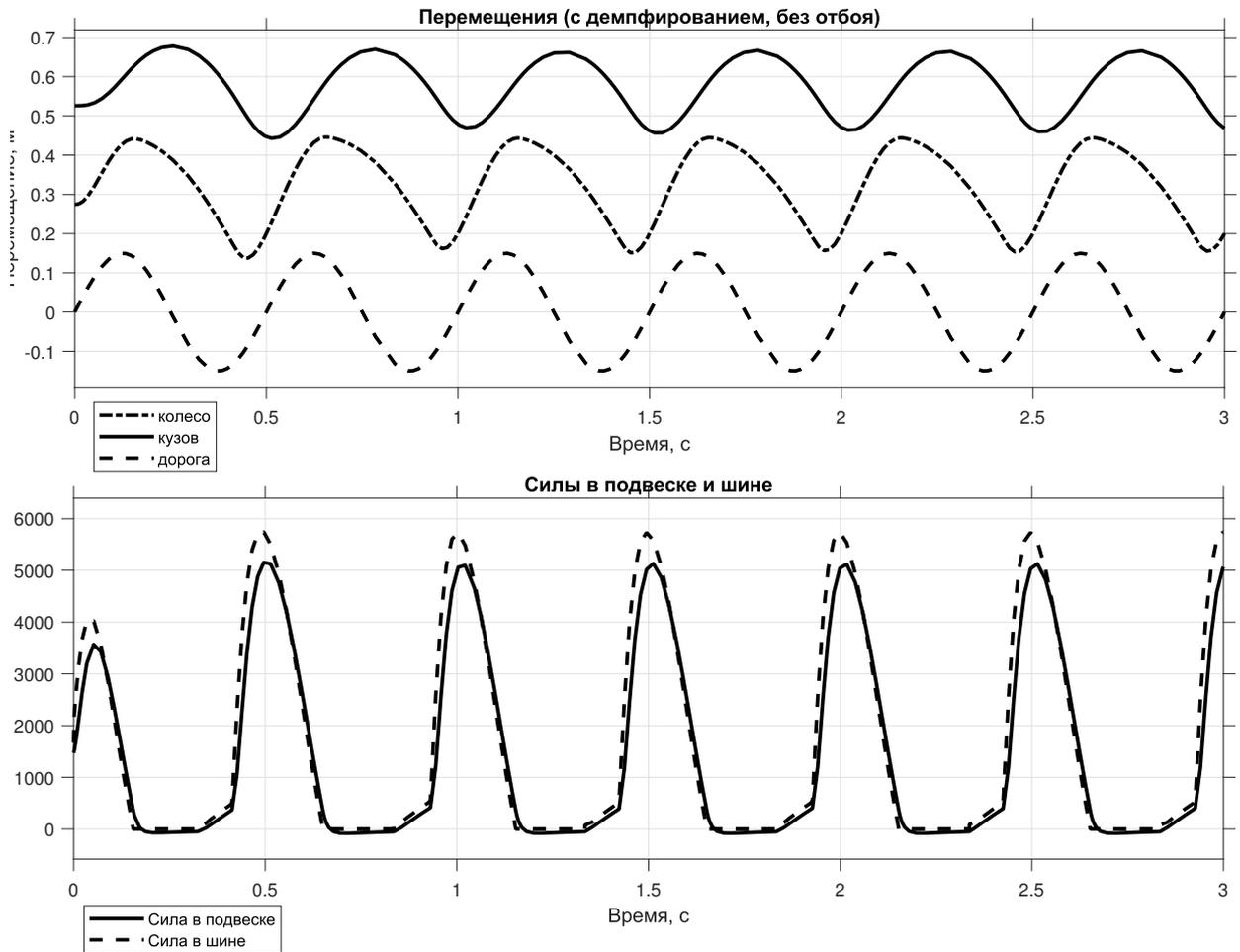


Рисунок 2.8 — Движение при наличии демпфирования, без отбоя

Видно отставание по фазе координат кузова и колеса от координаты высоты профиля дороги, колебания z, z_k перестали быть гармоническими. Амплитуда колебаний кузова уменьшилась на $\approx 15.7\%$

2.6 Движение при работе отбойников

Включим блок, отвечающий за вычисление силы F_p и посмотрим, как изменится поведение системы. На рис. 2.9 видно, как отбойник срабатывает в начале движения. После окончания переходного процесса отбойник перестаёт срабатывать в силу малых относительных перемещений кузова и колеса.

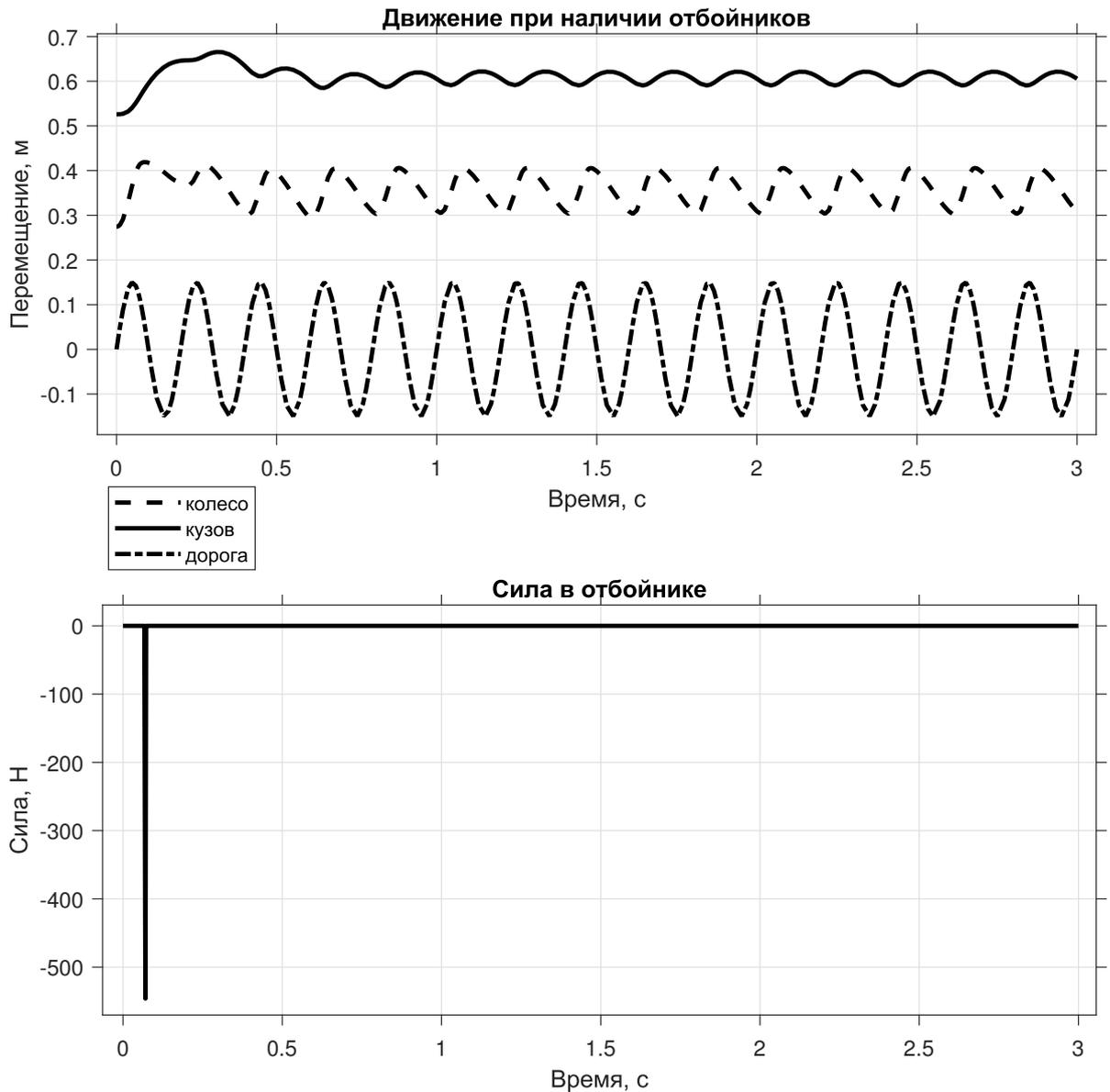


Рисунок 2.9 — Движение при наличии отбойников

Задав $z_r(t)$ в виде "ямы"(2.5), получим график 2.10 Видно срабатывание отбойника в момент отрыва колеса от земли (падение в яму) - упор в нижний отбойник и во время повторного соприкосновения с землёй - упирание в верхний отбойник. Отсюда можно сделать вывод, что модель работает корректно.

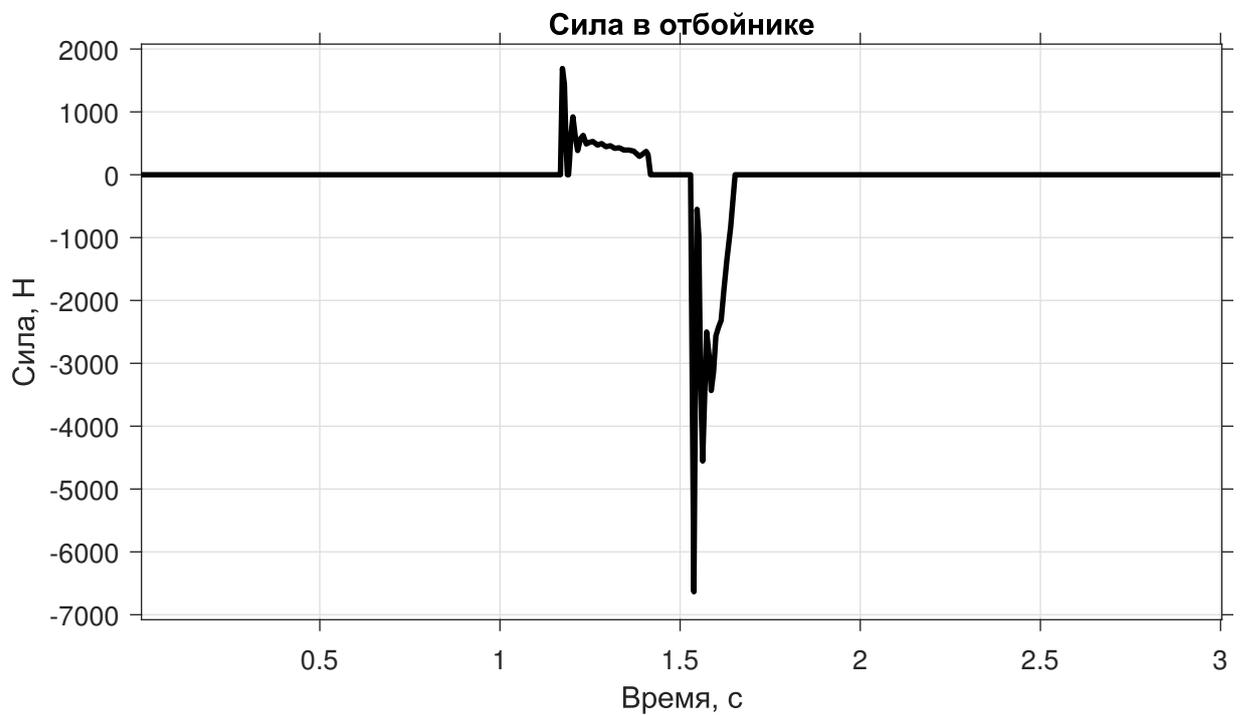
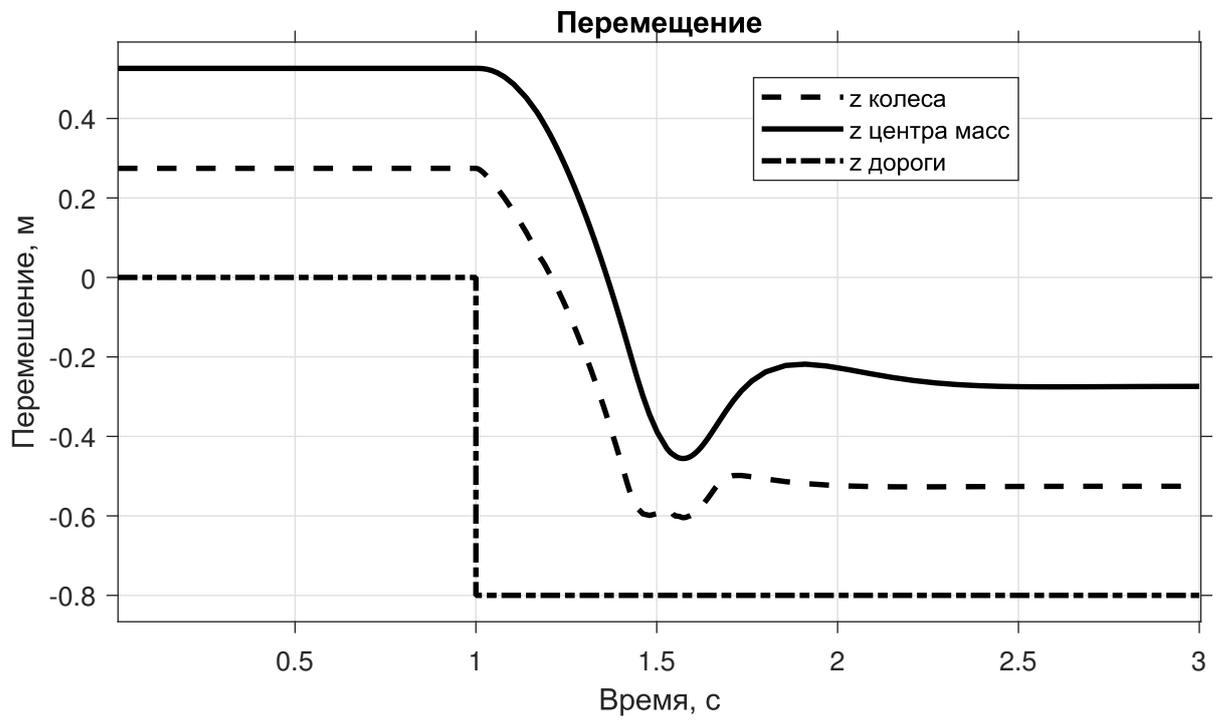


Рисунок 2.10 — Реакция на резкое изменение профиля дороги (яма)

3 Вывод

В ходе лабораторной работы была построена математическая модель двухмассовой системы, описывающей поведение четверти массы автомобиля. Исследовано поведение системы при различных условиях - определено равновесное положение кузова и колеса, исследовано поведение системы при отсутствии демпфирующего элемента и с ним при движении по периодическому дорожному профилю. Введён отбойник, обладающий нелинейной характеристикой. Полученные моделью Simulink результаты качественно соответствуют системе дифференциальных уравнений 2.2.

Приложение А Скрипт MATLAB для модели Simulink

```
g = 9.81; %b = 2*sqrt(m*c)
T=1;
%% telo 1 t=linspace(1,100,100)';
m_avto=150*4 zroad = t.*0;
m = m_avto/4;
c = 4*pi^2*m/(T^2); H=0;
f_0=0.5
b=800; b_sh=1e5;
b=1e5;
%% telo 2 f_0sh=r_sv;
m_k=20; z_0sh=r_sv-(m+m_k)*g/c_sh;
z_0=z_0sh+f_0-m*g/c;
r_sv=0.305; %rad svobo
f_st_shin=0.1*r_sv;
H=0.3
c_sh=(m+m_k)*g/f_st_shin; v=2;
f0sh=r_sv; A=1;
b_sh=1000;
b_sh=200;
b=1500;
%road
H=3;
L=10; c_otb=1e6;
v=10; %m/s c_szh=c_otb
h_otb=0.1
roadamp=1; h_szh=h_otb;
A=1;
v=5;
```