



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Специальное машиностроение»

КАФЕДРА «Колесные машины»

Отчёт о выполнении лабораторной работы №3
по курсу
«Динамика транспортных средств»
на тему
«Режимы качения колесного движителя»

Студент СМ10-71

(подпись, дата)

В.Б. Сухоносенко

(Ф.И.О.)

Преподаватель

(подпись, дата)

П.В. Зыбин

(Ф.И.О.)

2025 г.

Содержание

| | | |
|-----|---|----|
| 1 | Исходные данные | 1 |
| 2 | Основная часть | 2 |
| 2.1 | Построение математической модели | 2 |
| 2.2 | Составление схемы в Simulink | 4 |
| 2.3 | Симуляция модели | 6 |
| 3 | Вывод | 11 |
| A | Скрипт MATLAB для модели Simulink | 12 |

1 Исходные данные

Задачей лабораторной работы №3 являлось построение математической модели режимов качения колесного движителя.

Режимы качения и соотношения продольной силы P_x и крутящего момента M_k при них показаны на рис. 1.1: цифра 1 соответствует ведомому режиму, 2 - свободному, 3 - ведущему, 4 - нейтральному, 5 - тормозному.

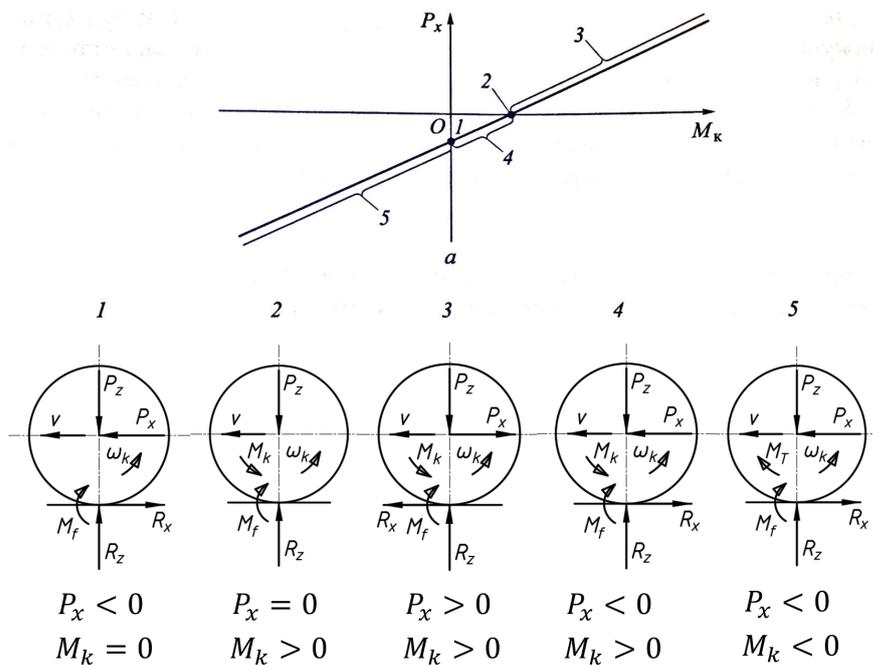


Рисунок 1.1 — Режимы качения колесного движителя

В ходе лабораторной работы моделировалось поведение колеса при ведущем, свободном, ведомом, нейтральном режимах и при буксовании.

2 Основная часть

2.1 Построение математической модели

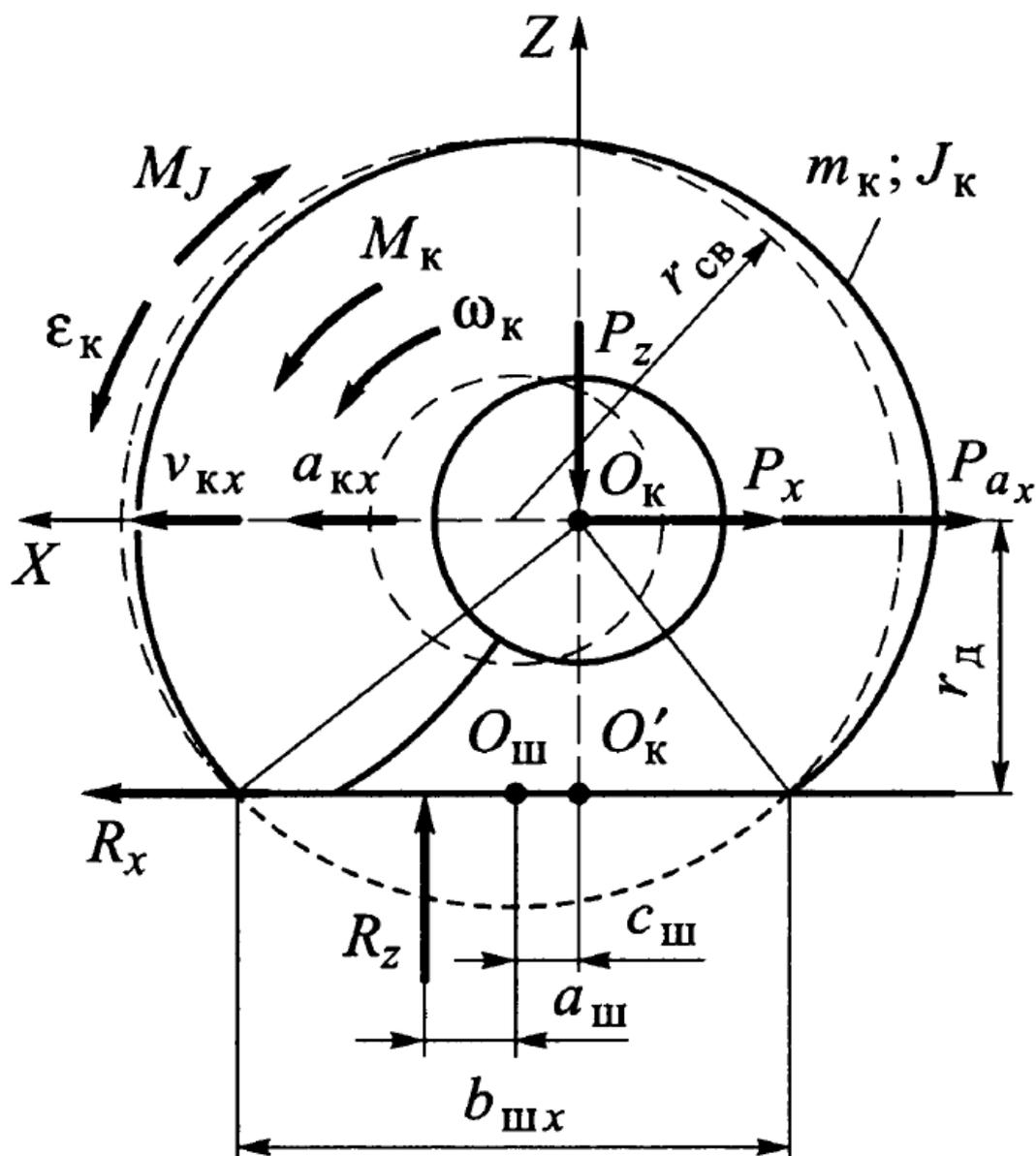


Рисунок 2.1 — Схема качения колеса

Движение колеса описывается тремя уравнениями, исходящими из второго закона Ньютона:

1. Ускорение в проекции на вертикальную ось находится из (2.1). Его принимаем равным нулю (вертикальным перемещением пренебрегаем при прямолинейном движении).

$$\ddot{z} = 0 = \frac{1}{m} [R_z - P_z] \implies R_z = P_z = mg \quad (2.1)$$

где m - четверть массы автомобиля, R_z - вертикальная реакция в пятне контакта колеса с опорной поверхностью, $P_z = mg$ - вертикальная нагрузка на колесо.

2. Ускорение в проекции на горизонтальную ось (уравнение 2.2)

$$\dot{v} = \frac{1}{m}[R_x - P_x] = \frac{1}{m}[\varphi R_z - P_x] \quad (2.2)$$

Где $R_x = \varphi R_z$ - горизонтальная реакция в пятне контакта, φ - коэффициент сцепления с опорной поверхностью, который задаётся эмпирической формулой 2.3

$$\varphi = \varphi_{max}[1 - e^{-s/s_0}][1 + e^{-s/s_1}]\text{sign}(s) \quad (2.3)$$

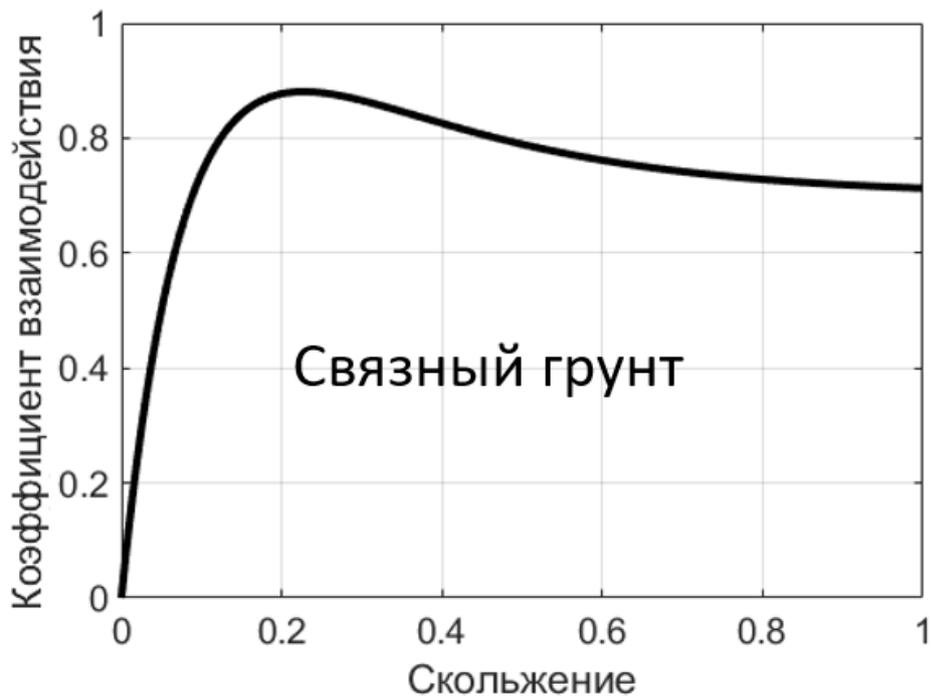


Рисунок 2.2 — Зависимость $\varphi(s)$ для связного грунта

Здесь $s_0 = 0.1, s_1 = 0.15$ - константы, s - коэффициент скольжения, определяемый по (2.4):

$$s = \frac{\omega_k r_{k0} - v}{\max(\omega_k r_{k0}, v)} \quad (2.4)$$

(ω_k - угловая скорость вращения колеса) Радиус качения r_{k0} приближенно принимаем постоянным и равным 97% от свободного радиуса колеса.

3. Угловое ускорение колеса (уравнение 2.5)

$$\dot{\omega}_k = \frac{1}{J_k} [M_k - R_z f r_{k0} - R_x r_{k0}] \quad (2.5)$$

Где M_k - подводимый к колесу крутящий момент, f - коэффициент сопротивления качению, учитывающий смещение центра приведения реакции R_z относительно центра пятна контакта.

В конечном счете получим систему уравнений (2.6) для описания качения колеса:

$$\begin{cases} R_z = mg \\ \dot{v} = \frac{1}{m} [\varphi R_z - P_x] \\ \dot{\omega}_k = \frac{1}{J_k} [M_k - R_z r_{k0} (f + \varphi(s))] \\ \varphi = \varphi_{max} [1 - e^{-s/s_0}] [1 + e^{-s/s_1}] \text{sign}(s) \\ s = \frac{\omega_k r_{k0} - v}{\max(\omega_k r_{k0}, v)} \end{cases} \quad (2.6)$$

Величина P_x зависит от режима качения - в ведущем режиме $P_x = fmg$, в ведомом $P_x = -fmg$, в свободном она равна нулю. В нейтральном режиме, например, при движении вниз по склону, $0 < P_x < fmg$.

2.2 Составление схемы в Simulink

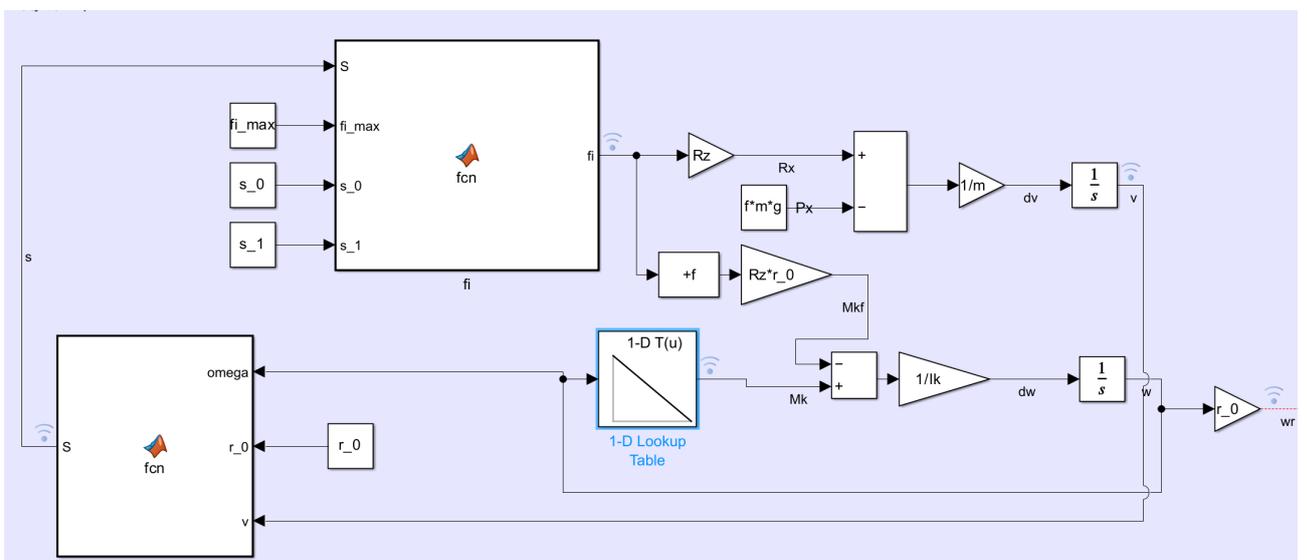


Рисунок 2.3 — Блок-схема Simulink для решения системы 2.6

Блоки `function block` вычисляют значения φ, s в соответствии с (2.3), (2.4).

Момент от электродвигателя мотор-колеса задаётся линейной функцией: Максимальный момент равен $\varphi_{max} m g r_{k0}$ при нулевых оборотах и равен нулю при максимальной угловой скорости колеса v_{max}/r_{k0} .

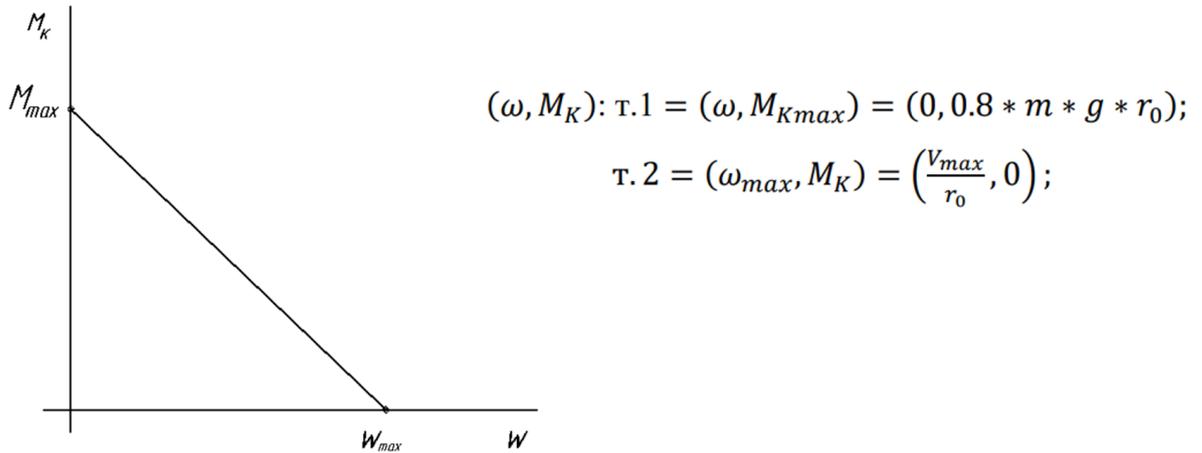


Рисунок 2.4 — Задание тягового момента

2.3 Симуляция модели

2.3.1 Ведущий режим

На рис. 2.5 показаны графики скольжения, крутящего момента и скорости при ведущем режиме. Видно, что через некоторое время устанавливается определенное значение скольжения и крутящего момента. Момент M_k расходуется на противодействие сопротивлению качения и силе $P_x - (M_k = f + \varphi)R_z * r_{k0}$. Скольжение практически отсутствует, поэтому линейная скорость v колеса и скорость, посчитанная через его угловое ускорение $\omega_k r_{k0}$, практически совпадают. В данном случае было получено $M_k = 24.5 \text{ Н*м}$, $\varphi = 0.001$. Подтверждается выражение $M_k = (0.001 + 0.001)m * g * r_{k0} \approx 24.5$.

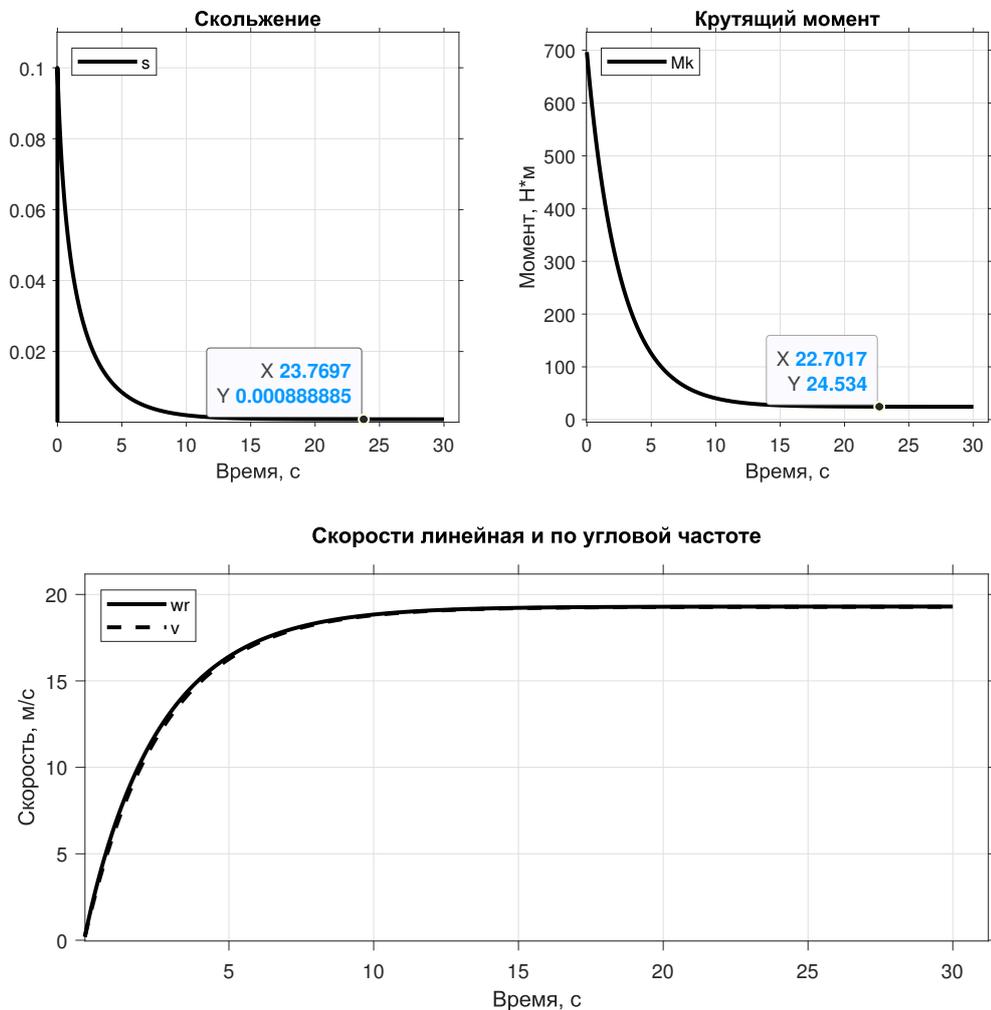


Рисунок 2.5 — Скольжение, подводимый момент и скорость при ведущем режиме

2.3.2 Ведомый режим

В ведомом режиме сила P_x не препятствует, а наоборот приводит колесо в движение. Изменим значение P_x на $-fmg$ (В Simulink это осуществляется либо изменением значения в блоке `const`, либо изменением знака в сумматоре `Add`): на рис. 2.6 видно, как устанавливается нулевой крутящий момент, что соответствует определению ведомого режима качения.

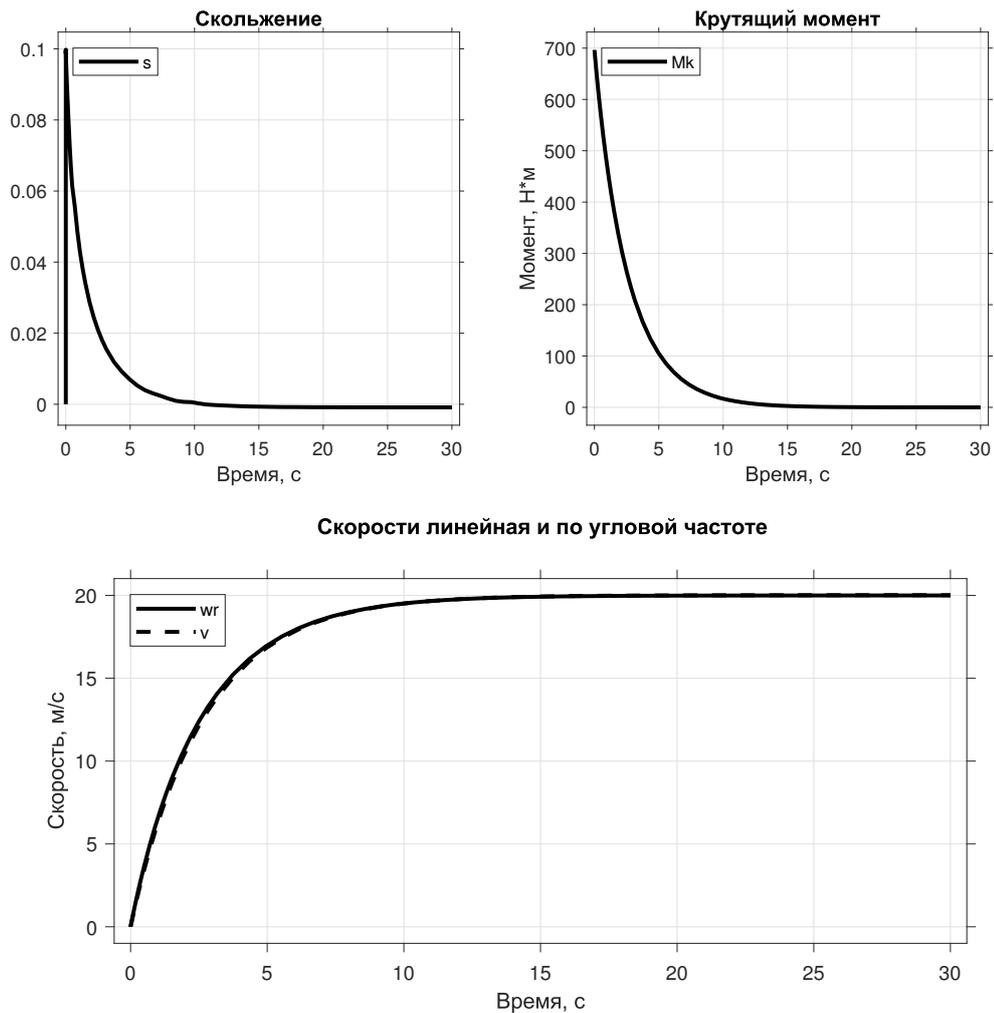


Рисунок 2.6 — Поведение колеса при ведомом режиме качения

2.3.3 Свободный режим

На рис. 2.7 показано поведение колеса в свободном режиме качения, когда $P_x = 0$. В данном случае при установившемся режиме M_k расходуется только на преодоление сопротивления качению $fR_z r_{k0} \approx 12.3 \text{ Н}^*\text{м}$, что меньше по сравнению со случаем ведущего режима примерно в два раза.

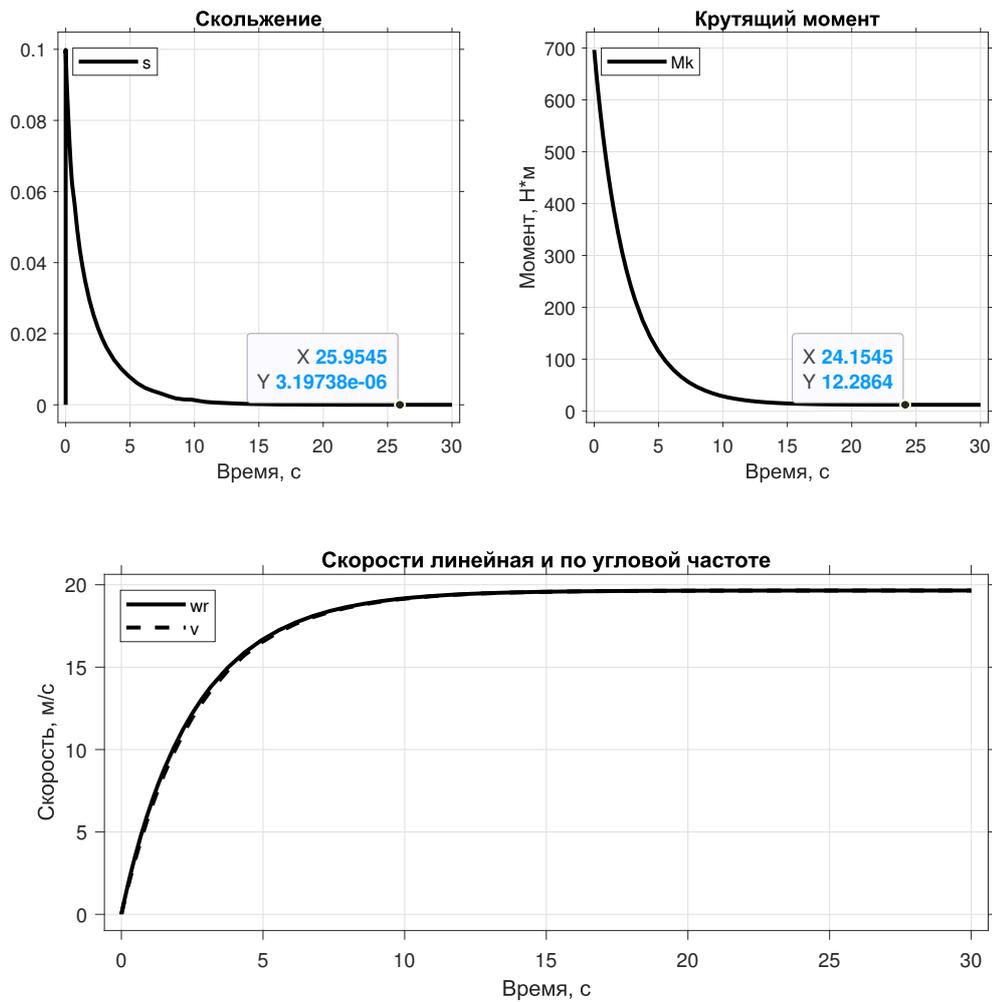


Рисунок 2.7 — Свободный режим качения

2.3.4 Буксование

На рис. 2.8 показан процесс разгона при малом максимальном коэффициенте сцепления $\varphi_{max} = 0.2$ (лёд). Видно, как линейная скорость медленно "нагоняет" скорость, соответствующую угловой скорости колеса, и скольжение со временем уменьшается.

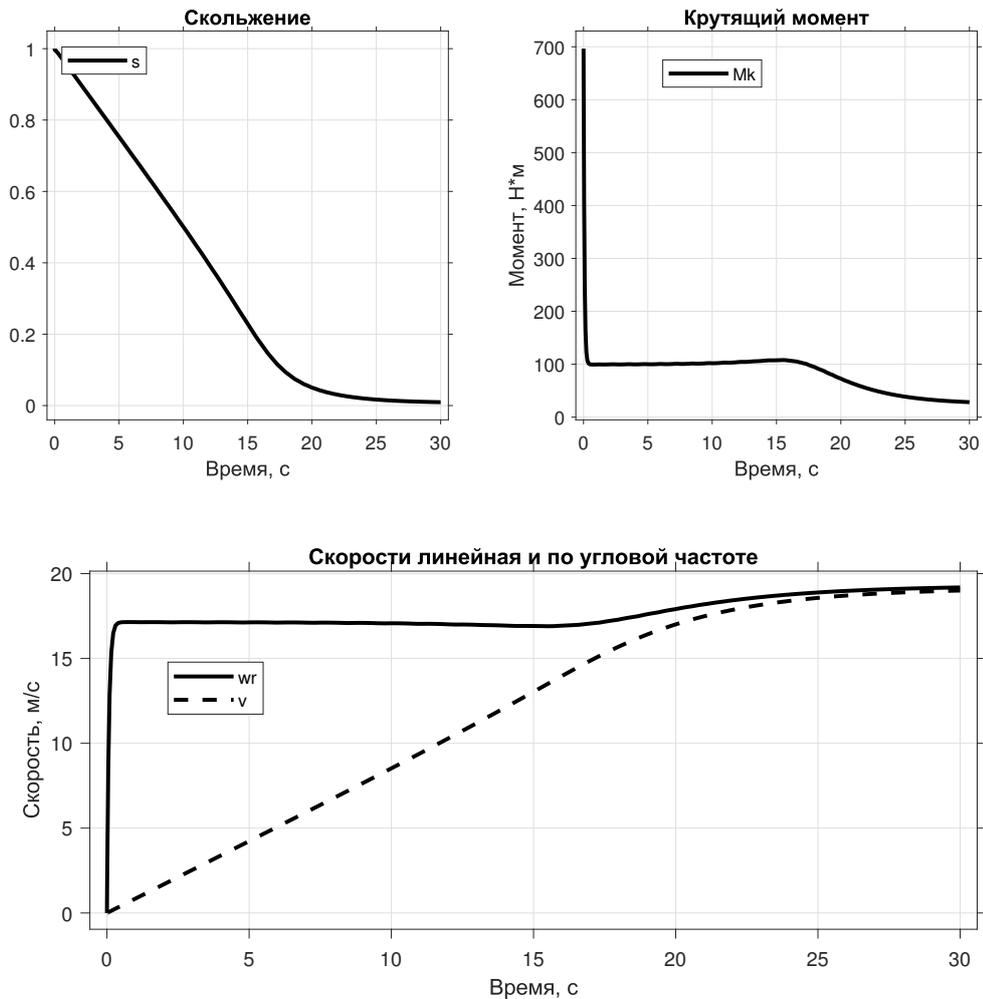


Рисунок 2.8 — Трогание при малом коэффициенте сцепления

2.3.5 Нейтральный режим

Нейтральный режим качения можно получить при движении вниз по склону. В этом случае на горизонтальную проекцию действует продольная сила $P_x = mg \cos \alpha$, где α - угол склона. Положив $P_x = f * mg \cos \alpha = 0.6$, получим результаты, приведенные на рис. 2.9.

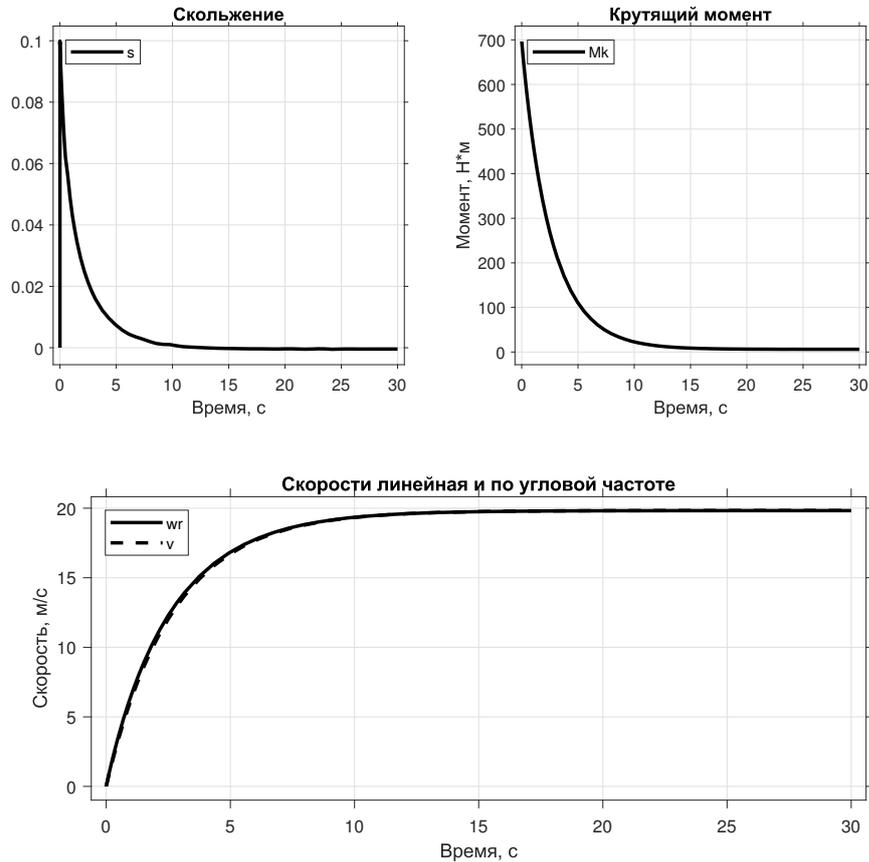


Рисунок 2.9 — Нейтральный режим качения

Здесь можно увидеть, что в установившемся режиме момент M_k меньше, чем момент сопротивления качению (см. рис. 2.7) - свободный режим качения), так как сила тяжести "помогает" двигателю преодолеть момент сопротивления качению.

3 Вывод

В ходе лабораторной работы была построена математическая модель, описывающей режимы качения колеса автомобиля в соответствии с (2.6). Исследовано поведение модели при различных режимах качения - свободном, нейтральном, ведущем и ведомом, а так же при уменьшенном максимальном реализуемом коэффициентом сцепления. Во всех случаях модель качественно соответствовала реальности.

Таким образом, данную модель можно использовать для симуляции колеса в более сложных расчётах, например, при составлении модели всего автомобиля.

Приложение А Скрипт MATLAB для модели Simulink

```
close all
clear
m=300;
m_k = 15;
r_sv=0.305;
g=9.81;
r_0=0.97*r_sv;
w_0=0.01;
Ik=m_k*r_sv^2/2;
fi_max=0.8;
f=0.014;
v_0=r_0*w_0;
s_0=0.1;
s_1=0.15;
Rz=m*g;
v_max=20;
```