



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

---

ФАКУЛЬТЕТ «Специальное машиностроение»

КАФЕДРА «Колесные машины»

Отчёт о выполнении лабораторной работы №5  
по курсу  
«Динамика транспортных средств»  
на тему  
«Прямолинейное движение колесной машины»

Студент СМ10-71

\_\_\_\_\_

*(подпись, дата)*

В.Б. Сухоносенко

\_\_\_\_\_

*(Ф.И.О.)*

Преподаватель

\_\_\_\_\_

*(подпись, дата)*

П.В. Зыбин

\_\_\_\_\_

*(Ф.И.О.)*

2025 г.

## Содержание

1	Исходные данные . . . . .	1
2	Основная часть . . . . .	2
2.1	Построение математической модели . . . . .	2
2.2	Составление схемы в Simulink . . . . .	5
2.3	Симуляция модели . . . . .	7
3	Вывод . . . . .	14
A	Скрипт MATLAB для модели Simulink . . . . .	15

# 1 Исходные данные

Задачей лабораторной работы №5 являлось построение математической модели автомобиля при его прямолинейном движении, работы колёс двух осей, рассмотрение движения при переднем приводе, заблокированной и дифференциальной трансмиссией. За основу взяты модели из лабораторных работ №3,4 "Режимы качения колеса".

Расчетная схема представлена на рис. 1.1. Вертикальными колебаниями, жёсткостью и демпфированием подвески в данной лабораторной работе было задано пренебречь - рассматривается только взаимодействие кузова с колёсами в плане передачи момента через трансмиссию и разгон.

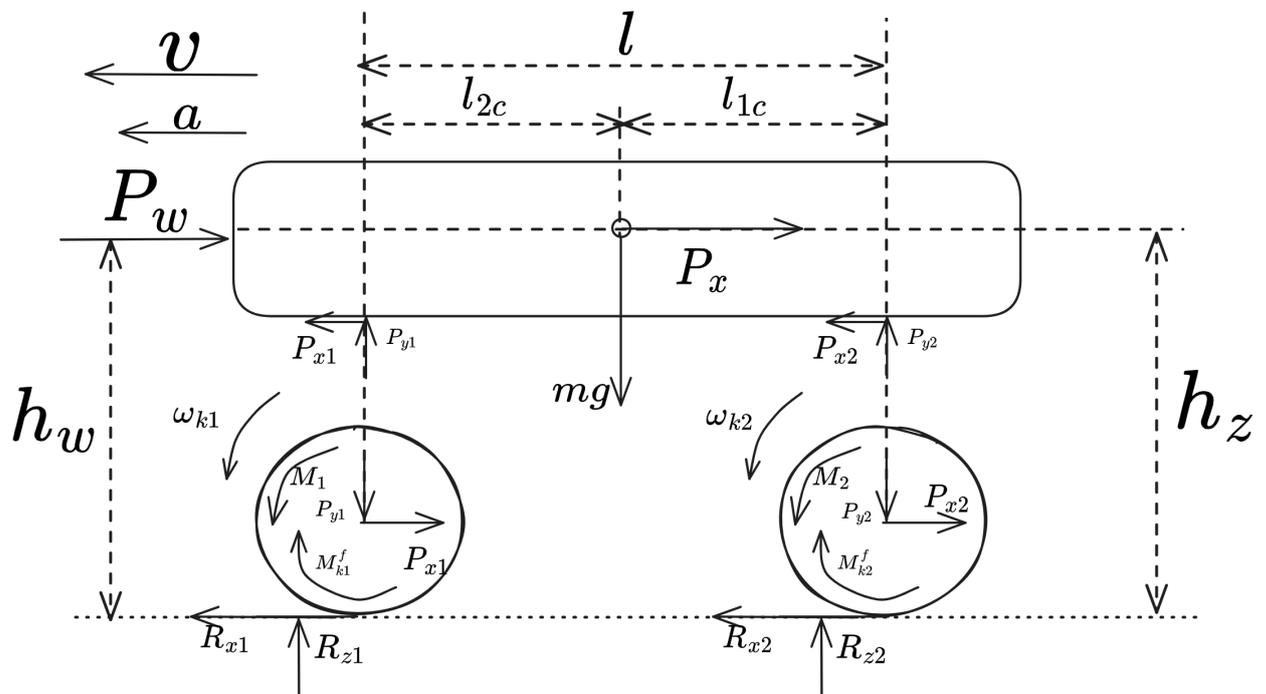


Рисунок 1.1 — Расчётная схема

## 2 Основная часть

### 2.1 Построение математической модели

Из 2-го закона Ньютона выводится два уравнения движения - отдельно для движения корпус и  $i$ -го колеса - (2.1) и (2.2) соответственно.

$$m \cdot \dot{V} = 2P_{x1} + 2P_{x2} - P_w \quad (2.1)$$

$$m_k \dot{V} = R_{xi} - P_{xi} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2.2)$$

Где  $P_w = c_x F \rho V^2 / 2$  - сила воздушного сопротивления, которая считается через коэффициент аэродинамического сопротивления  $c_x$ , площади лобовой проекции  $F = 0.8BH$  (0.8 от произведения габаритной ширины на высоту), плотности воздуха  $\rho$  и скорости КМ  $V$ ;  $R_{xi}$  - продольная реакция в пятне контакта между колесом и опорной поверхностью,  $P_{xi}$  - вертикальная нагрузка на колесо.

Распределение нагрузки на колёса определяется из уравнения равновесия по моменту, откуда получим 2.3

$$\begin{cases} P_{z1} = \frac{mgl_c - 2M_1 - P_w(h_w - r_0) - m\dot{V}(H_z - r_0) - 2M_2}{2L} \\ P_{z2} = \frac{mg - 2P_{z1}}{2} \end{cases} \quad (2.3)$$

А вертикальные реакции в пятне контакта колеса с ОП определяются как  $R_{zi} = m_k g + P_{zi}$  Сложим 2.1 и 2.2. Вместе с уравнением для вращения колеса получим систему уравнений сил и моментов для автомобиля 2.4

$$(m + 4m_k) \dot{V} = 2R_{x1} + 2R_{x2} - P_w J_k \omega_i = M_i - M_{ki}^f \quad (2.4)$$

Где момент сопротивления движению колеса  $M_{ki}^f = (\varphi_i + f) R_{zi} r_0$ ;

$R_{xi} = \varphi R_z$  - горизонтальная реакция в пятне контакта,  $\varphi$  - коэффициент сцепления с опорной поверхностью, который задаётся эмпирической формулой 2.5.

$$\varphi = \varphi_{max} [1 - e^{-s/s_0}] [1 + e^{-s/s_1}] \text{sign}(s) \quad (2.5)$$

Здесь  $s_0 = 0.1, s_1 = 0.15$  - константы,  $s$  - коэффициент скольжения, определяемый по (2.6):

$$s = \frac{\omega_k r_{k0} - v}{\max(\omega_k r_{k0}, v)} \quad (2.6)$$

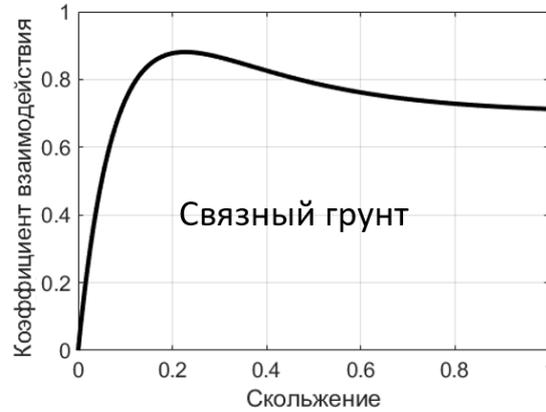


Рисунок 2.1 — Зависимость  $\varphi(s)$  для связного грунта

В соответствии со схемой трансмиссии (рис. 2.2)

$$\begin{cases} J_e \dot{\omega}_e = M_e - M_c \\ J_k \dot{\omega}_{ki} = M_i - M_{ki}^f \\ M_c = 2M_1 + 2M_2 \end{cases} \quad (2.7)$$

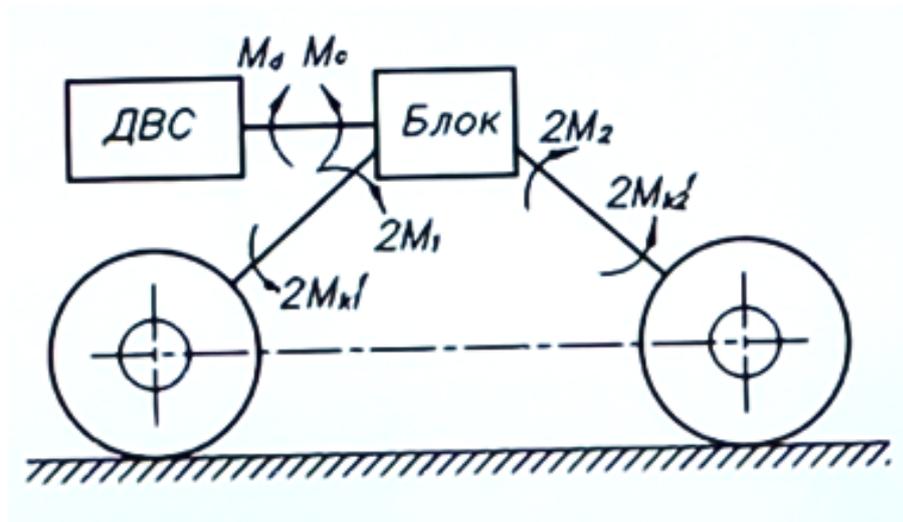


Рисунок 2.2 — Схема при заблокированной трансмиссии

В случае переднего привода  $M_2 = 0$ , весь момент от двигателя передается к передней оси. В случае дифференциальной связи между передней и

задней осью  $\omega_e = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ,  $M_1 = M_2$ , откуда следует 2.8

$$M_i = \frac{J_k M_e + \frac{M_{k1}^f + M_{k2}^f}{2} J_e}{J_e + 4J_k}, \quad i = 1, 2 \quad (2.8)$$

Если трансмиссия блокированная, то получим 2.9

$$M_i = \frac{J_e}{J_e + 4J_k} (M_e - 2(M_{k1}^f + M_{k2}^f)) + M_{ki}^f \quad i = 1, 2 \quad (2.9)$$

Управление движением осуществляется различной степенью открытия сцепления  $h_{sc} \in [0, 1]$ , подачи топлива ( $h_{acc} \in [0, 1]$ ) и нажатия на педаль тормоза ( $h_{br} \in [0, 1]$ ). В этом случае реализуемый двигателем момент равен  $h_{acc} M_e(\omega_e)$  - частичная характеристика двигателя; реализуемое тормозное усилие равно  $h_{br} M_{br}$ ; момент, передаваемый сцеплением -  $(1 - h_{sc}) M_f$ . В данной лабораторной работе рассматривается процесс разгона, поведение сцепления не учитывается. Поэтому на протяжении всей симуляции будет задано  $h_{br} \equiv 0, h_{acc} \equiv 1, h_{sc} = 0$ .

## 2.2 Составление схемы в Simulink

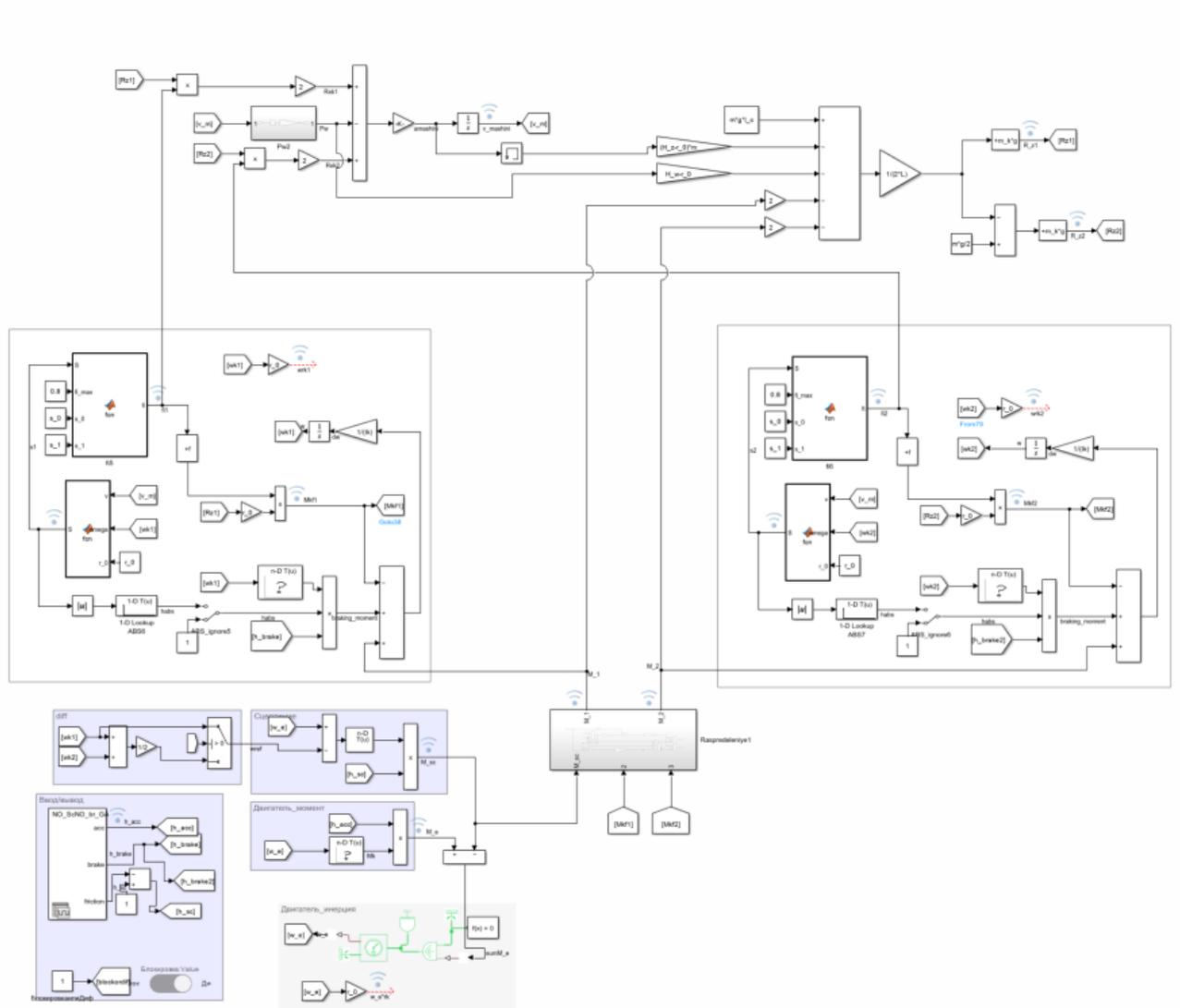


Рисунок 2.3 — Модель КМ в Simulink

На рис. рис. 2.4 показано, каким образом задаётся зависимость возможного для реализации тормозного момента от частоты вращения колеса - линейный участок в окрестности нуля позволяет избежать ошибок решателя при работе с функциями, имеющими разрыв.

Блоки `function block` вычисляют значения  $\varphi, s$  в соответствии с (2.5), (2.6).

Момент от электродвигателя мотор-колеса задаётся линейной функцией: Максимальный момент равен  $\varphi_{max} mgr_{k0}$  при нулевых оборотах и равен нулю при максимальной угловой скорости колеса  $v_{max}/r_{k0}$ .

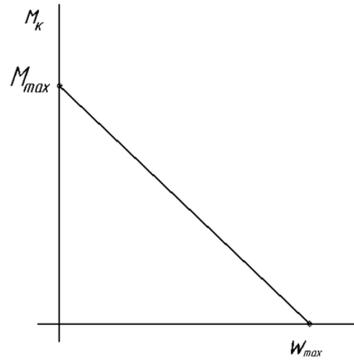


Рисунок 2.4 – Задание характеристики двигателя

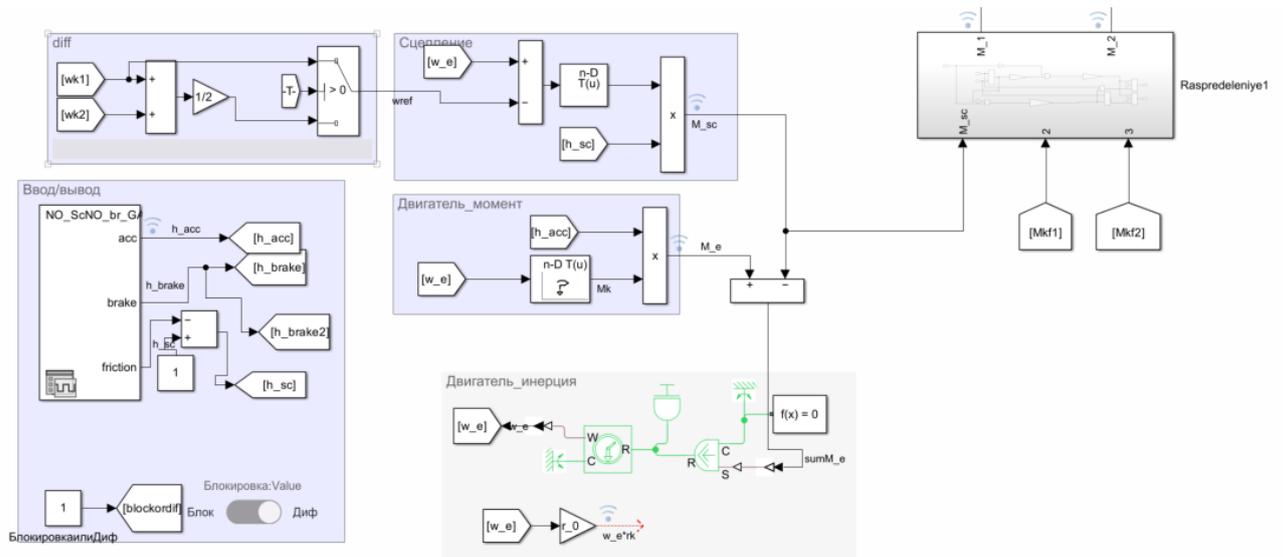


Рисунок 2.5 – Схема-модель для двигателя, сцепления, управления

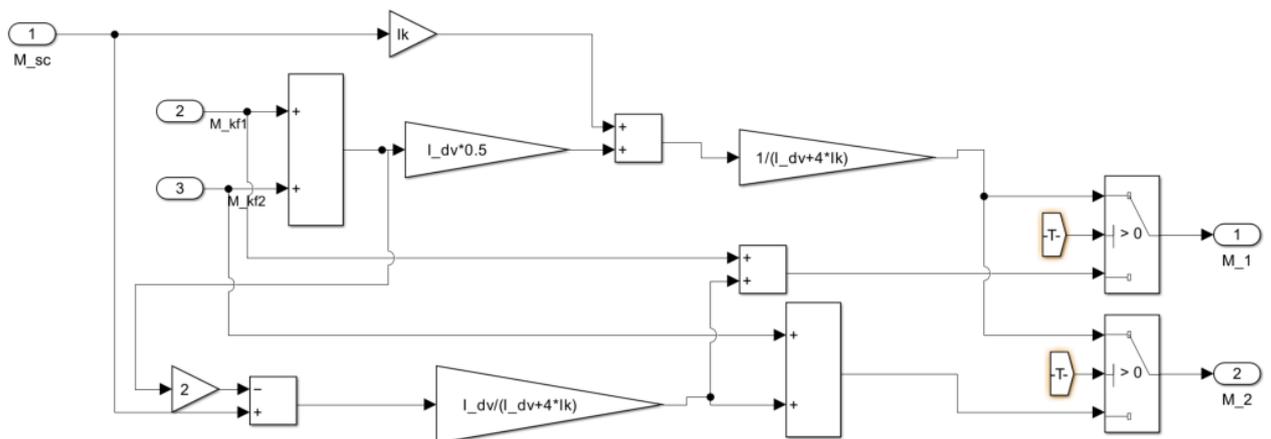


Рисунок 2.6 – Вычисление распределения моментов при блокированной/дифференциальной связи

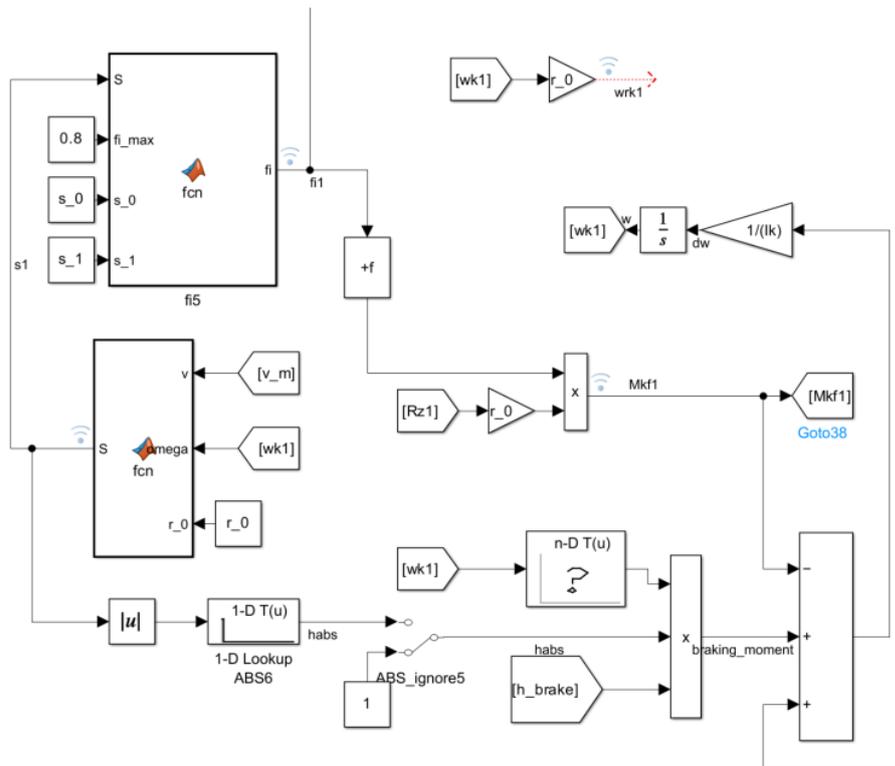


Рисунок 2.7 — Схема для одного колеса в Simulink

## 2.3 Симуляция модели

### 2.3.1 Передний привод

На рис. 2.8 показаны результаты симуляции модели при переднем приводе (в модели задано  $M_2 = 0$ , момент от двигателя передаётся полностью на переднюю ось)

По графиками видно следующее:

1. Частота вращения двигателя  $\omega_e$  совпадает с частотой вращения колёс передней оси  $\omega_1$ ;
2. Скорость КМ  $v$  практически совпадает со скоростью, соответствующей частоте вращения колёс задней оси  $\omega_2 r_k$
3.  $M_2 \equiv 0$ , изменение  $M_1$  качественно соответствует разгону автомобиля.
4. Скольжение на передних колёсах больше, чем на задних  $s_1 > s_2$  ( $s_2$  имеет небольшое отрицательное значение, что соответствует ведомому режиму качения колес задней оси)
5. По графику реакций  $R_{z1}, R_{z2}$  видно, что при разгоне задняя ось догружается, а передняя - разгружается.

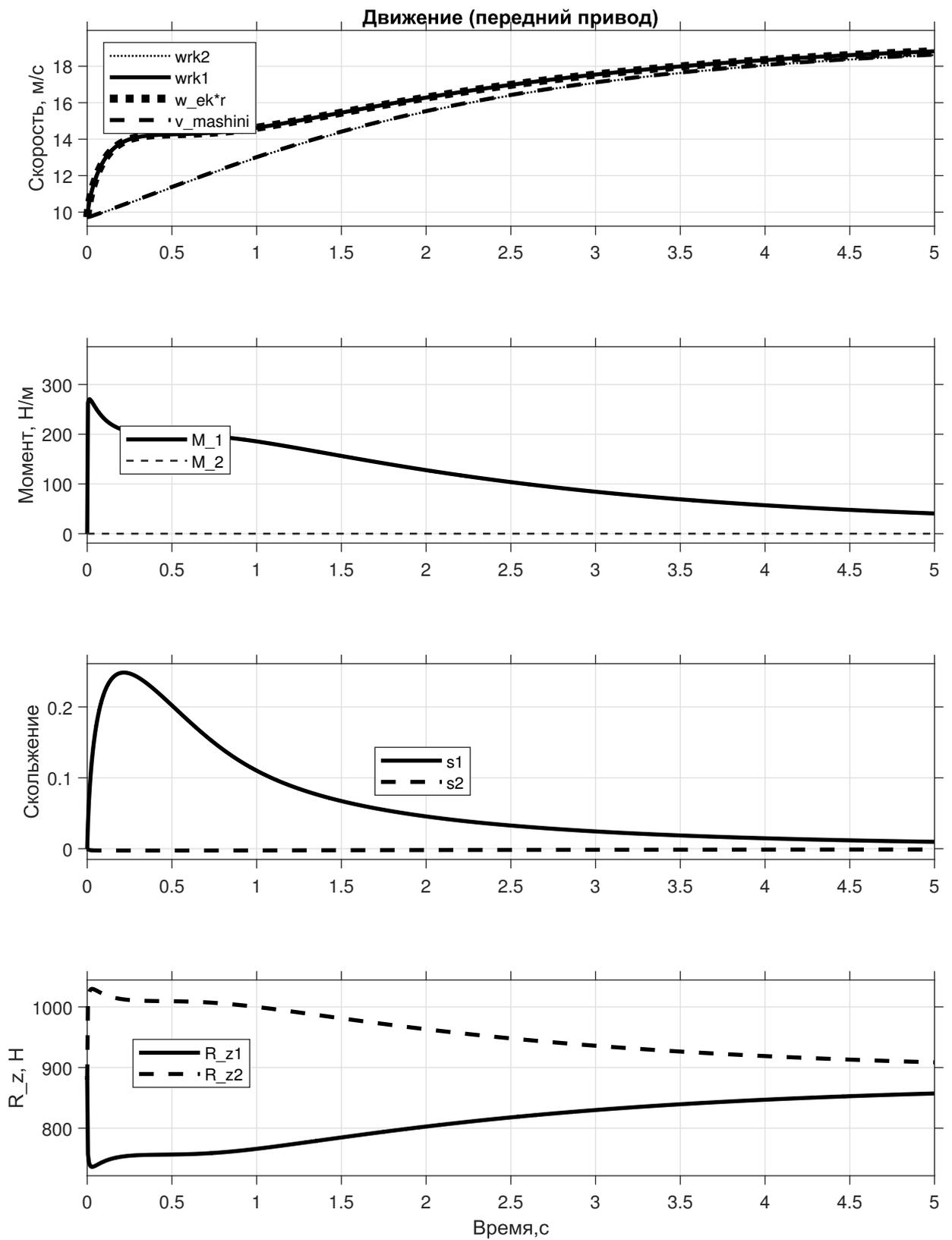


Рисунок 2.8 — Движение при переднем приводе

### 2.3.2 Дифференциальная связь осей

На рис. 2.9 показаны результаты симуляции модели при дифференциальной связи передней и задней оси.

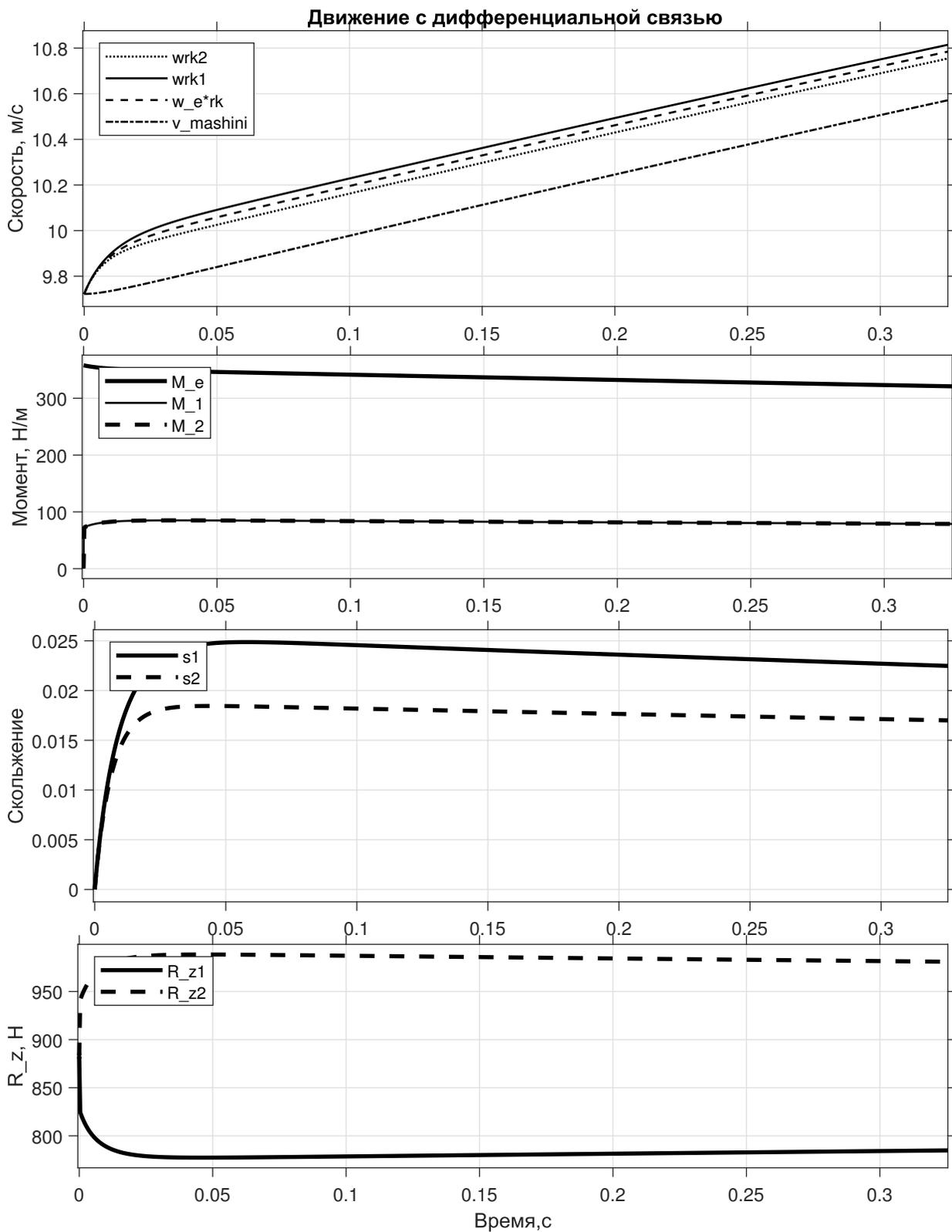


Рисунок 2.9 — Движение КМ при дифференциальной связи

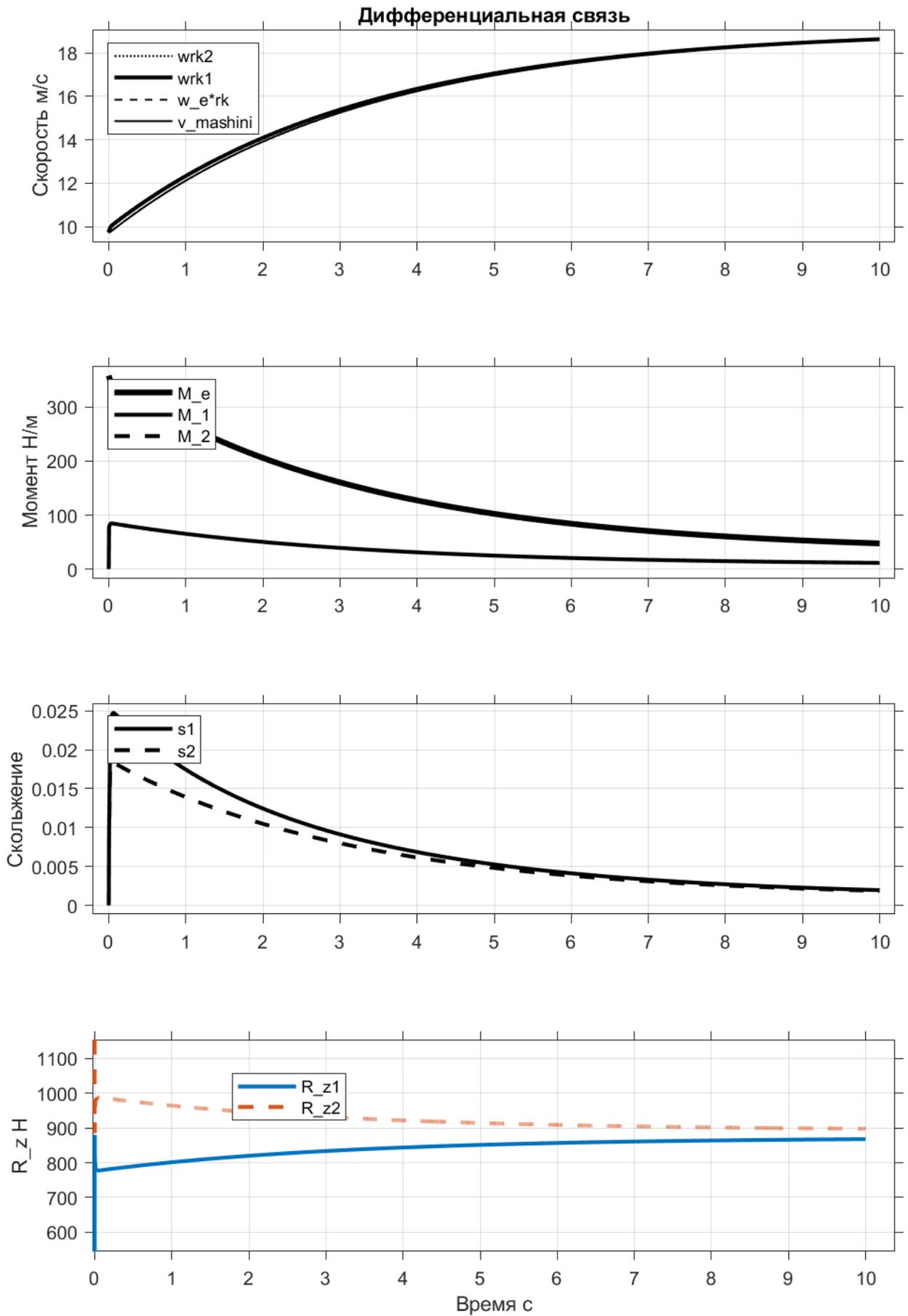


Рисунок 2.10 — Движение КМ при дифференциальной связи

1. Частота вращения двигателя  $\omega_e = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$  - передняя ось вращается быстрее задней.
2. Скорость КМ  $v$  практически совпадает со скоростью, соответствующей частоте вращения колёс задней оси  $\omega_2 r_k$
3.  $M_2 \equiv 0$ , изменение  $M_1$  качественно соответствует разгону автомобиля.
4. Скольжение на передних колёсах больше, чем на задних  $s_1 > s_2$ . Оба скольжения положительные (0.25 и 0.17 соответственно в начале движения)
5. Задняя ось во время разгона догружается, а передняя - разгружается.

### 2.3.3 Блокированная связь

На рис. 2.11 показаны результаты симуляции модели при блокированной трансмиссии.

1. Частота вращения двигателя и всех колёс равны  $\omega_e = \omega_1 = \omega_2$
2.  $M_2 \equiv 0$ , изменение  $M_1$  качественно соответствует разгону автомобиля.
3. Скольжение на колёсах обеих осей положительное и одинаковое  $s_1 = s_2 > 0$ .
4. Задняя ось по мере разгона догружается, а передняя - разгружается.

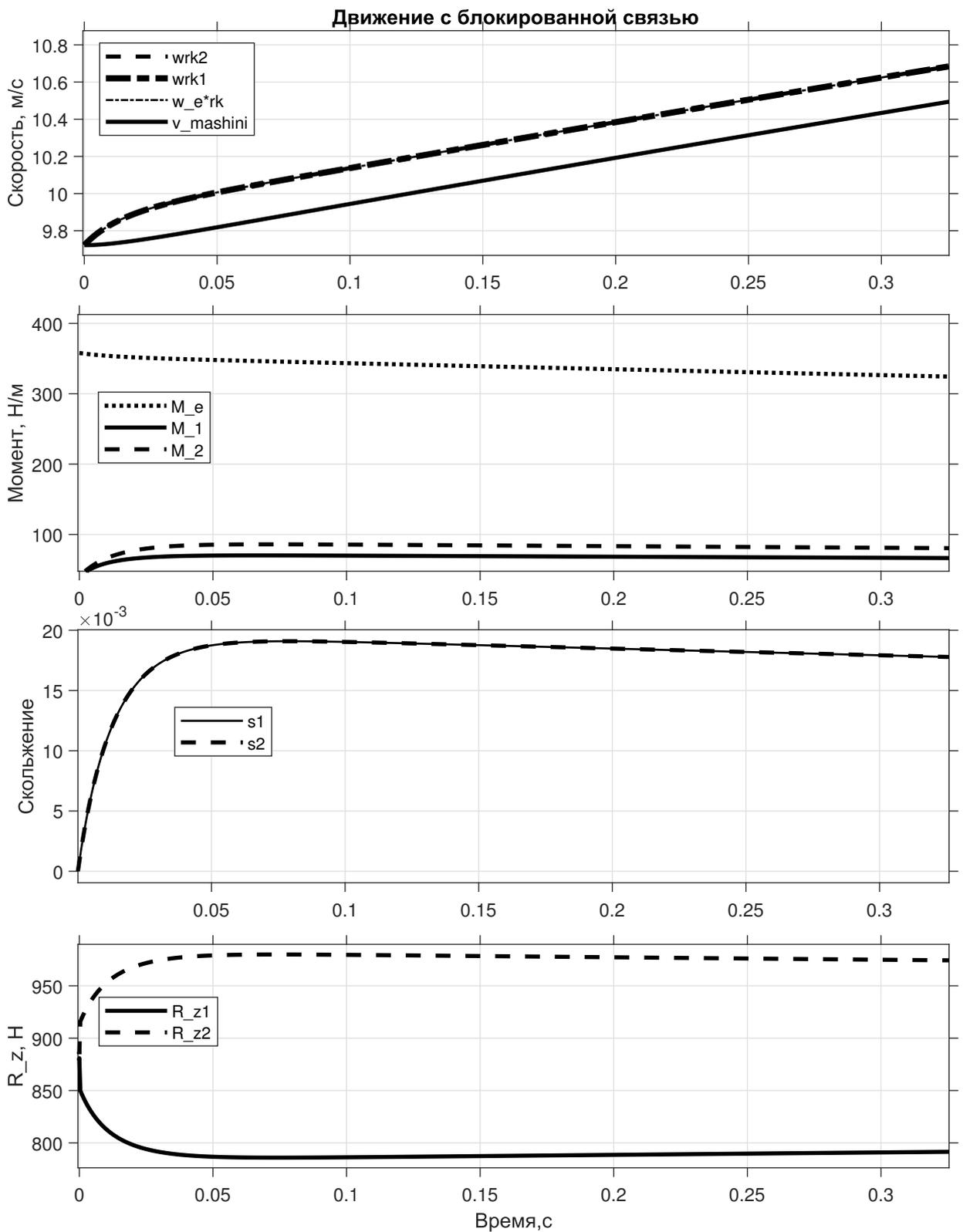


Рисунок 2.11 — Движение при заблокированной связи

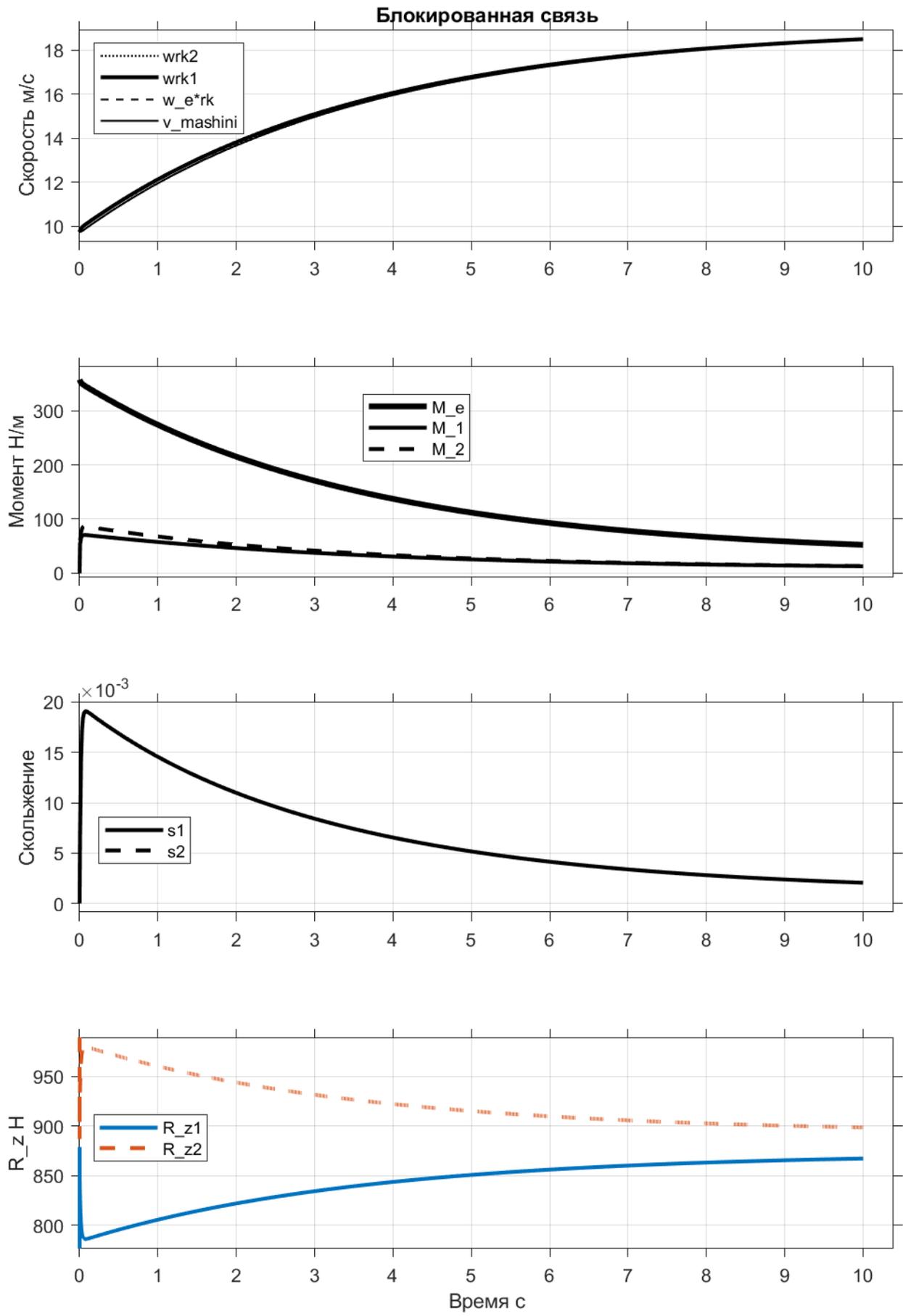


Рисунок 2.12 — Движение при блокированной связи

### 3 Вывод

В ходе лабораторной работы была построена математическая модель, описывающая прямолинейное движение автомобиля. Обеспечена возможность управлять моделью с помощью задания блокированной или дифференциальной связи в трансмиссии. Использована модель колеса из лабораторной работы №3,4.

Получены качественные результаты, проведено сравнение поведения системы при переднем приводе, блокированной и дифференциальной связи в трансмиссии. Эти качественные результаты соответствуют физическим соображениям.

## Приложение А Скрипт MATLAB для модели Simulink

```
close all
clear
m=300;
m_k = 15;
r_sv=0.305;
g=9.81;
r_0=0.97*r_sv;
w_0=0.01;
Ik=m_k*r_sv^2/2;
fi_max=0.8;
f=0.014;
v_0=r_0*w_0;
s_0=0.1;
s_1=0.15;
Rz=m*g;
v_max=20;

I_dv=0.5*Ik;

Mfb=0.8*Rz*r_0;
Mdvmax=0.8*m*g*r_0;

v01=50*1000/3600;
w01=v01/r_0;
w0d1=w01;

time = [0 5 10 12 15 30]';
h_accsign = [1 1 0 0 0 0]';
h_brsign = [0 0 0 0 1 1]';
h_sc = ones(length(time),1);
```

```
signal = [0 5 10 15 30; 1 1 0 0 0; 0 0 0 1 1];
```

```
%%
```

```
w01=0.7*w01;
```

```
v01=0.7*v01;
```

```
w0d1=0.7*w0d1;
```

```
w0d1=w01;
```

```
dv01=0.1;
```

```
c_x=0.35;
```

```
B = 1.693;
```

```
H = 0.55;
```

```
F_lob = 0.8*B*H;
```

```
rho=1.25;
```

```
Hw=0.66;
```

```
H_z=0.55;
```

```
L=2.63;
```

```
l_c=L/2;
```

```
H_w=0.66;
```

```
H_z=0.55;
```