Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Специальное машиностроение»

КАФЕДРА «Колесные машины»

Отчёт о выполнении домашнего задания
по курсу
«Управление техническими системами»
на тему
«ДЗ№1: вариант №14, схема №2, параметры №3»

ПРИНЯТО

9 баллов - ДЗ
3 балла - бонусное задание
Итого - 12 баллов

Студент СМ10-71		В.Б. Сухоносенко
	(подпись, дата)	*(Ф.И.О.)*
Преподаватель		А.А. Смирнов
	(подпись, дата)	*(Ф.И.О.)*

2025 г.

Содержание

1 Исходные данные

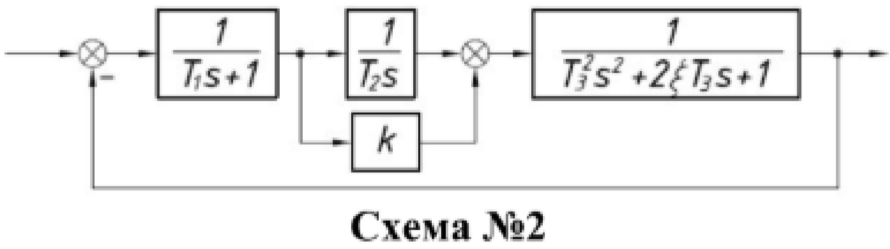


Рисунок 1.1 — Исходная схема системы

На рис. 1.1 представлена исходная схема домашнего задания. Параметры, в соответствии с вариантом (таблица 1.1):

Таблица 1.1 — Значения параметров системы

Параметр	T_1	T_2	T_3	k	2ξ
Значение	0.1	0.01	0.1	2.0	0.7

В ходе выполнения домашней работы необходимо:

1. В соответствии с вариантом определить передаточную функцию системы, изображенной на схеме, в разомкнутом и замкнутом состоянии.

2. Определить устойчивость замкнутой системы, используя алгебраический критерий Рауса или Гурвица.

3. Построить АФЧХ разомкнутой системы при изменении частоты от 0 до ∞. Определить устойчивость замкнутой системы, используя критерий Найквиста.

4. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. Определить запасы устойчивости по модулю и по фазе для соответствующей замкнутой системы.

5. Построить переходный процесс в разомкнутой и замкнутой системах при реакции на единичное ступенчатое воздействие (переходную характеристику).

6. Разработать модель соответствующей замкнутой системы в Simulink и получить графики переходных процессов при единичном ступенчатом воздействии и сравнить их с полученными в основной части ДЗ.

7. Определить устойчивость разомкнутой и замкнутой системы с использованием критерия Михайлова.

2 Основная часть

2.1 Упрощение схемы

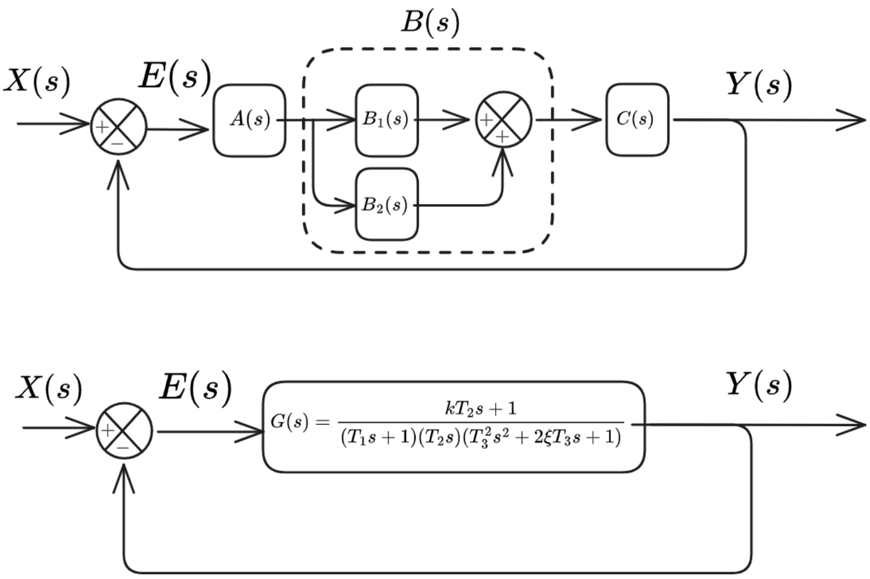


Рисунок 2.1 — Упрощение схемы системы

Обозначим передаточные функции элементов системы:

$$
\begin{aligned}
A(s) &= \frac{1}{T_1s+1} \\
B_1(s) &= \frac{1}{T_2s} \\
B_2(s) &= k \\
C(s) &= \frac{1}{T_3^2s^2+2\xi T_3s+1}
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Элементы B_1,B_2 соединены параллельно, их общая передаточная функция равна

$$B_1(s) + B_2(s) = B(s) = \frac{1}{T_2s} + k = \frac{1+kT_2s}{T_2s} \tag{2.2}$$

Передаточная функция незамкнутой системы будет равна произведению передаточных функций последовательно соединённых элементов:

$$G(s) = A(s)B(s)C(s) = \frac{kT_2s+1}{(T_1s+1)(T_2s)(T_3^2s^2+2\xi T_3s+1)} \tag{2.3}$$

Учитывая, что $\xi < 1$ по условию, передаточную функцию можно переписать в виде

$$G(s) = \frac{kT_2 s + 1}{(T_1 s + 1)(T_2 s)T_3(s + (-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}))(s + (-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}))} \tag{2.4}$$

Подставим числа из условия задачи. Нуль $G(s)$ равен $s_0 = -50$. Полюса незамкнутой передаточной функции:

$$s_1 = 0 \quad s_2 = -10 \quad s_{3,4} = -3.5 \pm 9.3675j \tag{2.5}$$

Все полюса, кроме $s = 0$ лежат в левой s-полуплоскости. Из-за наличия в знаменателе компонента $1/T_2 s$ при разложении передаточной функции на простые дроби будет иметься дробь со знаменателем s, которая при единичном воздействии даст на выход сигнал $1/s^2 \risingdotseq t$, что означает, что система не является устойчивой (при единичном воздействии выходной сигнал не ограничен во времени)

В MATLAB и разомкнутая замкнутая система (`opensys` и `closedsys`) задаются так:

```
T1=0.1;T2=0.01;T3=0.1;k=2.0;xi=0.7/2; %%Условие
sysA=tf([1], [T1 1]);
sysB1 = tf([1], [T2 0]);
sysB2 = tf([k], [1]);
sysC = tf([1], [T3^2 2*xi*T3 1]);
sysB=parallel(sysB1,sysB2)
series(sysA,sysB);
opensys = series(ans,sysC)
closedsys=feedback(opensys,tf([1],[1]))
```

Передаточная функция с подставленными числами параметров

$$G(s) = \frac{0.02s + 1}{10^{-5}s^4 + 0.00017s^3 + 0.0017s^2 + 0.01s} \tag{2.6}$$

Передаточная функция замкнутой системы имеет вид (отрицательная обратная связь)

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{0.02s+1}{10^{-5}s^4+0.00017s^3+0.0017s^2+0.03s+1} \tag{2.7}$$

2.2 Устойчивость замкнутой системы по критерию Рауса

По критерию Рауса определим устойчивость замкнутой системы: приравняем знаменатель нулю - получим характеристическое уравнение (домножим его на 10^5):

$$s^4 + 17s^3 + 170s^2 + 3000s + 1000000 = 0 \tag{2.8}$$

1. Все коэффициенты неотрицательны, выполнено необходимое условие для устойчивости системы.

2. Составим таблицу Рауса

где еще одна строка?
где коэф. 17, 170?

$$\begin{array}{llll} s^4 & 1 & 3000 & 0 \\ s^2 & -6.5 & 10^5 & \\ s^1 & 264538 & & \\ s^0 & 10^5 & & \end{array} \tag{2.9}$$

(Здесь $\frac{17*170-1*3000}{17} = -6.5$, $\frac{17*10^5-1*0}{17} = 10^5$, $\frac{-6.5*3000-17*10^5}{-6.5} \approx 26453$)

3. Видим, что коэффициенты в первом столбце меняют знак дважды. Это значит, что передаточная функция замкнутой системы имеет два полюса с положительными вещественными частями.

Проверка в MATLAB это подтверждает:

достаточно того, что элемент первого столбца стал отрицательным (-6,5). Дальше вычисления не нужно производить

```
>> pole(closedsys)
-15.9052 +10.9604i
-15.9052 -10.9604i
7.4052 +14.6008i << Правый корень
7.4052 -14.6008i << Правый корень
```

Это означает, что замкнутая система неустойчива.

2.3 АФЧХ и критерий Найквиста

Выполняем замену $s = j\omega$ и строим годограф вектора $G(j\omega)$ (диаграмма Найквиста) Сплошной линией построена АФЧХ для $\omega \in [0, +\infty]$, пунктиром - для $\omega \in [-\infty, 0]$ Для определения запаса по фазе нанесена единичная окружность в точке $0 + 0j$.

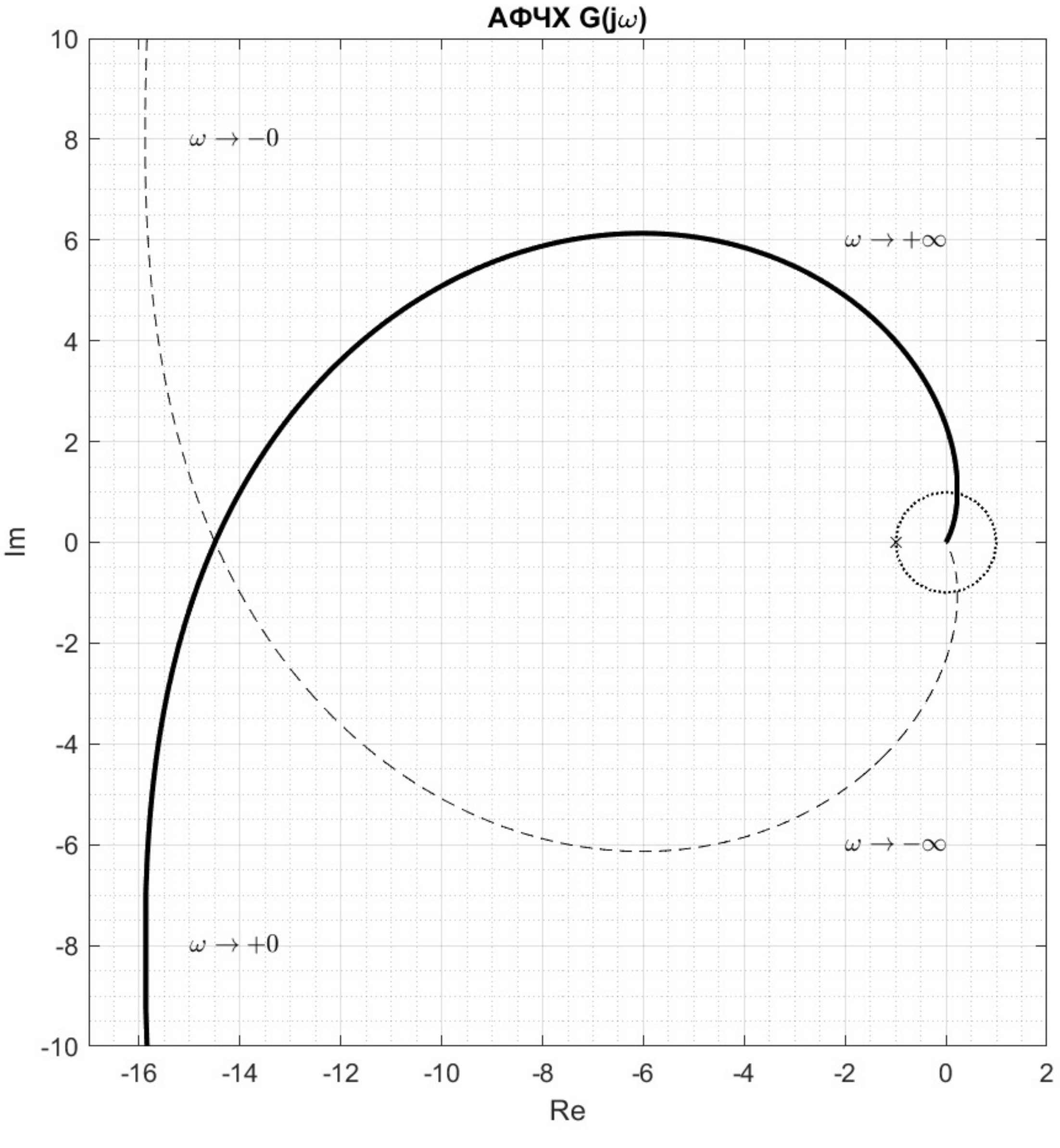


Рисунок 2.2 — АФЧХ разомкнутой системы

Критерий Найквиста применим следующим образом: Известно, что $G(s)$ и $\frac{G(s)}{1+G(s)}$ имеют одинаковые полюса, которые, за исключением $s = 0$, при заданных условиях все находится в левой части s-плоскости. Обходя точкой s по контуру Найквиста по часовой стрелке (модифицированный контур

Найквиста из-за наличия полюса $s = 0$), увидим, что аргумент радиус-вектора $G(j\omega)$ изменяется на два оборота $N = 2$ $(2 \cdot 360°)$ по часовой стрелке.

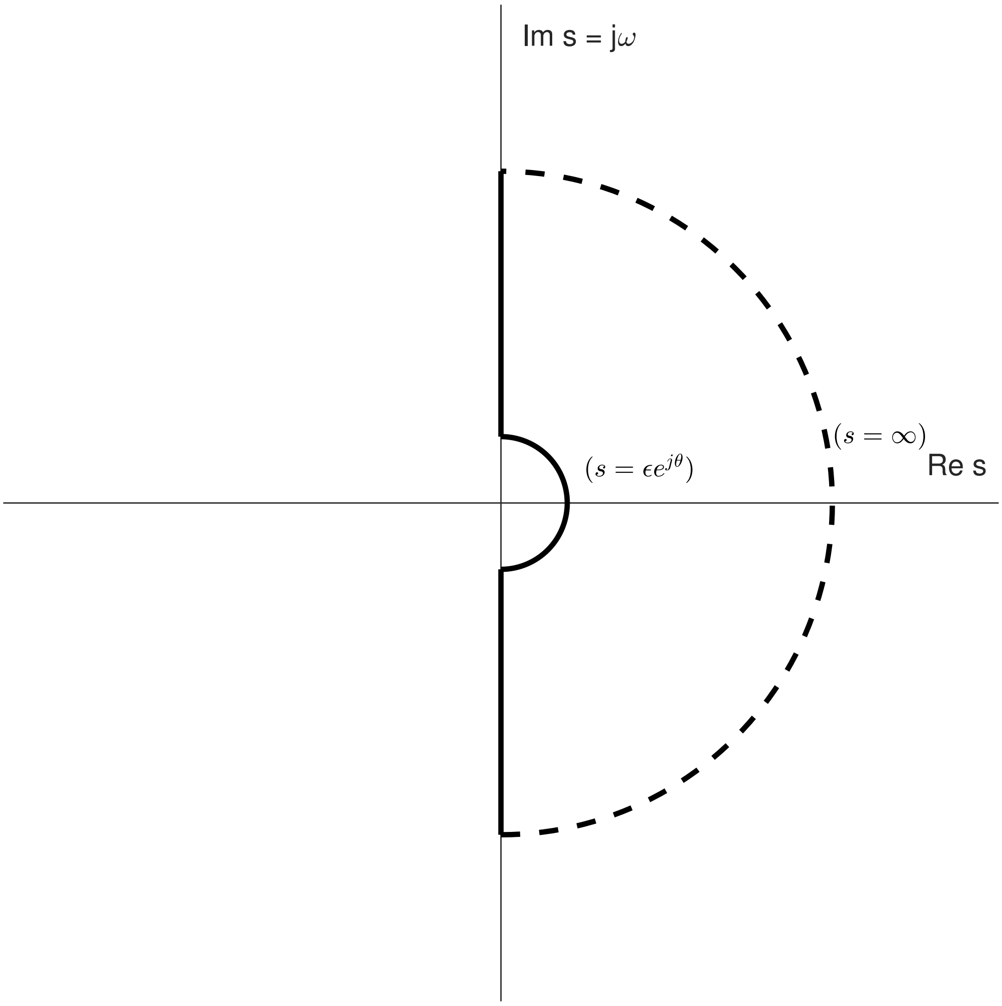


Рисунок 2.3 — Контур для обхода в плоскости s $(\epsilon \to 0)$

Число полюсов $1+G(s)$ в правой полуплоскости равно $P = 0$, Критерий устойчивости Найквиста требует, чтобы число правых нулей Z для $1 + G(s)$ (то есть число полюсов замкнутой системы) было равно нулю. В нашем случае

$$Z = N + P = 2 + 0 \neq 0 \tag{2.10}$$

Откуда следует, что замкнутая система неустойчива и имеет два правых полюса, что совпадает с результатом, полученным по критерию Рауса.

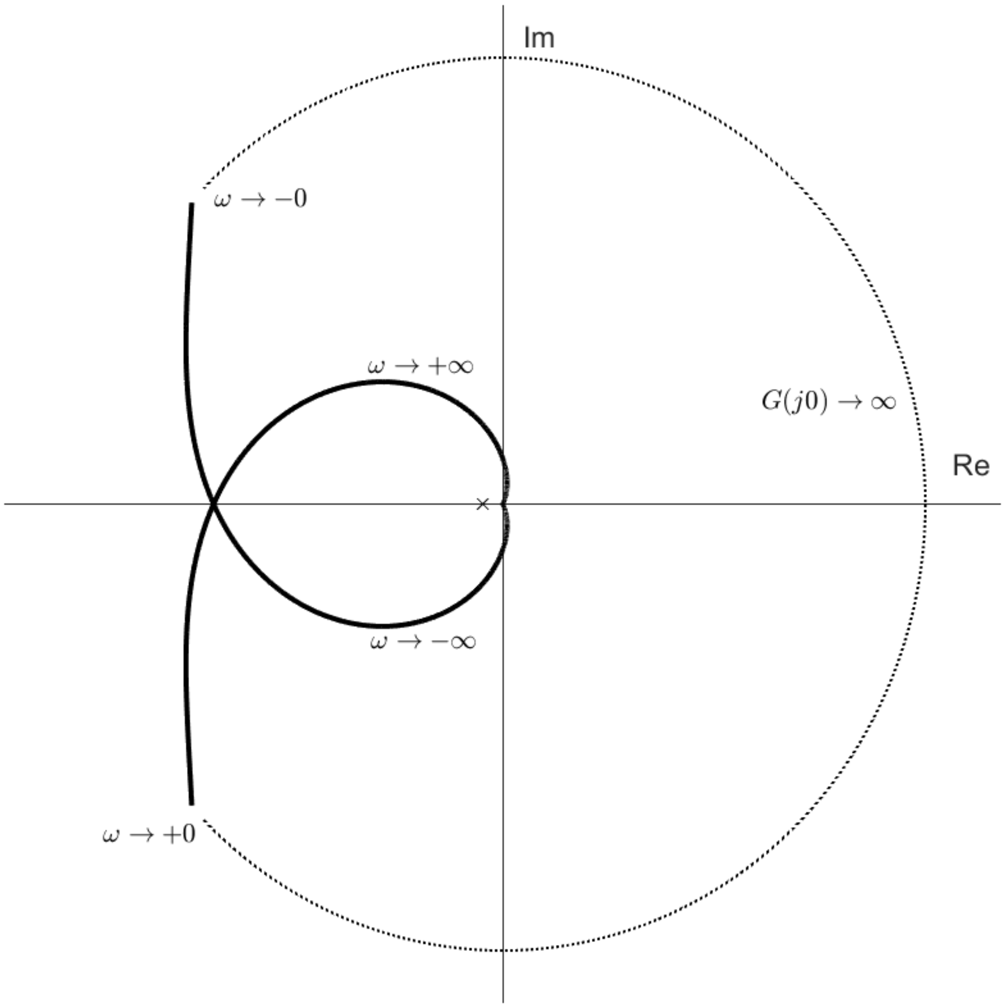


Рисунок 2.4 — Обход контура АФЧХ

Код Matlab для получения АФЧХ разомкнутой системы (рис. 2.2):

```
w=-0:0.01:1000;
[re,im,w] = nyquist(opensys.num,opensys.den,w);
plot(re,im,LineWidth=2)
hold on
plot(re,-im,'--')
plot(-1,0,'x')
plot(sin(0:pi/10:2*pi),cos(0:pi/10:2*pi),":",LineWidth=1)
grid minor
```

```
axis equal
xlim([-20 2]);
ylim([-10 10]);
```

2.4 ЛАЧХ и ЛФЧХ, запасы устойчивости

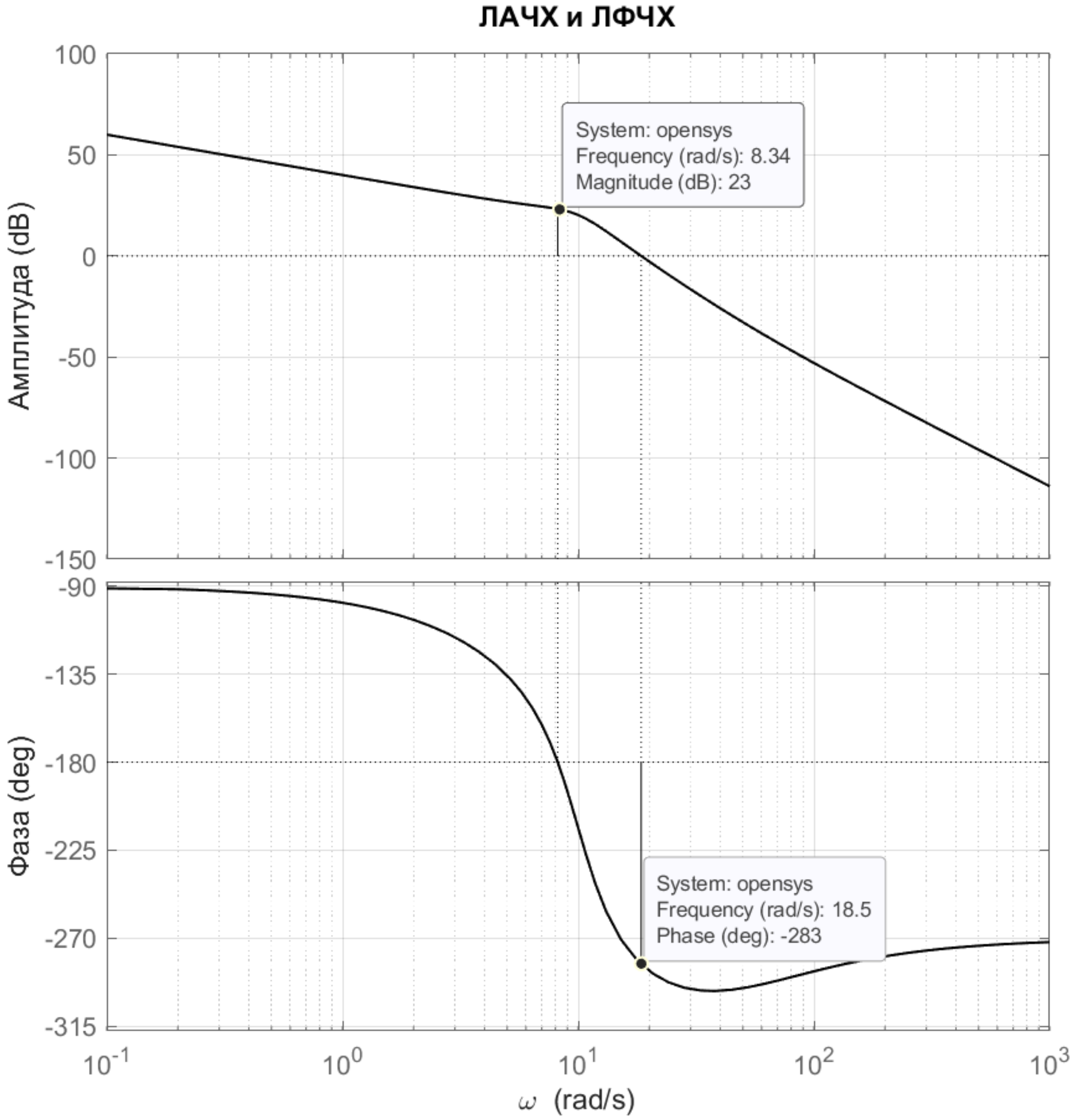


Рисунок 2.5 — ЛАЧХ и ЛФЧХ

Команды в MATLAB для получения ЛАЧХ, ЛФЧХ и запасов по устойчивости:

```
margin(opensys)
```

```
[mag,phase,wout]=bode(opensys)
[Gm,pm,wcp,wcg]=margin(opensys)
```

Из последней строки получены значения запасов по модулю `Gm`, фазе `pm`.

Запас по модулю равен 0.0690 (значение амплитуды, при котором фаза равна $-180°$ достигается при частоте $w_{cg} = 18.4897$ рад/с, и это значение равно $\approx 23.2245 = 20 \log 14.5$, поэтому запас по модулю в дБ равен -23.2245)

Запас по фазе равен $-103.1475°$ - амплитуда, равная 1 (или 0, если в дБ) достигается при частоте $w_{cp} = 8.1817$ рад/с: при ней фаза равна около $-283°$, что отличается от $-180°$ на величину запаса по фазе.

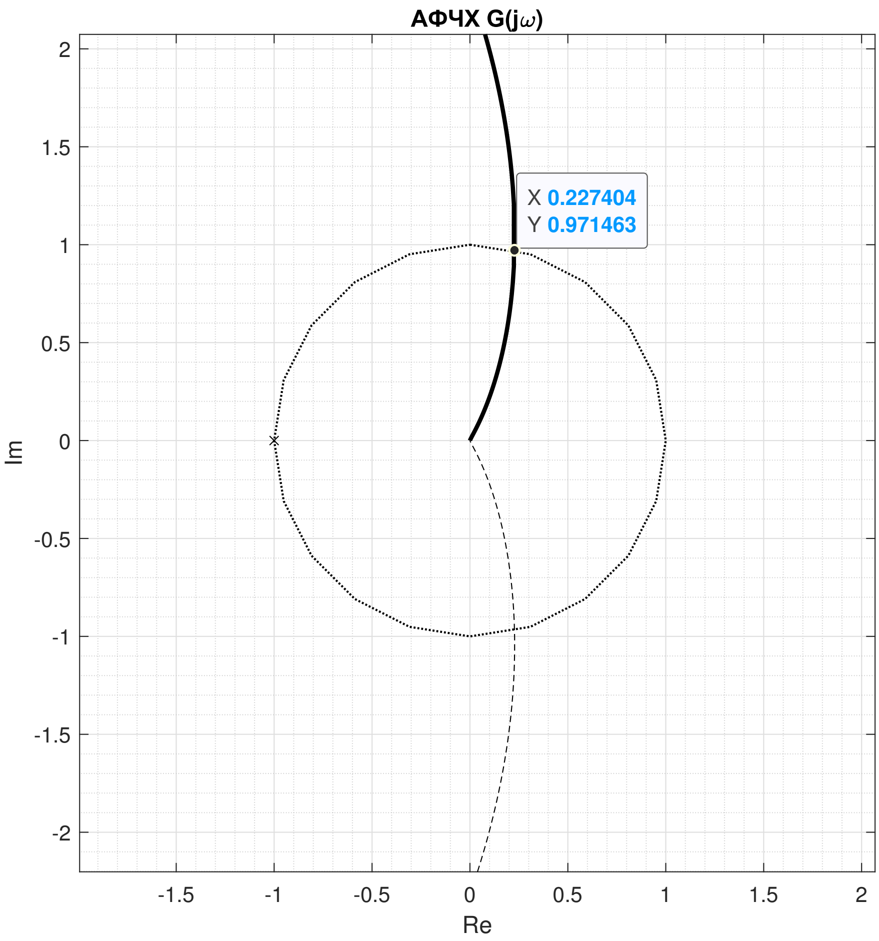


Рисунок 2.6 — Запас по Фазе из АФЧХ

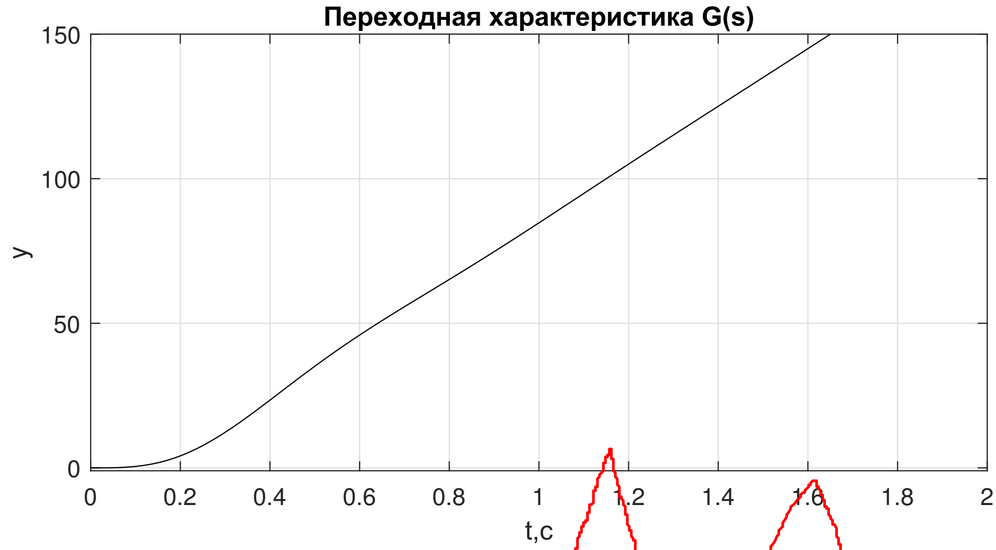
Также запас по фазе и модулю можно определить из АФЧХ рис. 2.2. На рис. 2.6 показана единичная окружность, которая пересекает годограф $G(j\omega)$ в точке, радиус-вектор до которой составляет угол $\arctan \frac{971}{227} \approx 76.84°$.

Запас устойчивости по фазе отсюда равен $76.84 - 180 = -103.16°$ (делалось на глаз)

Видно, что запас по модулю в дБ отрицателен, отрицателен и запас по фазе. Это говорит о том, что замкнутая система неустойчива.

2.5 Переходные процессы размокнутой и замкнутой систем

Для ступенчатого воздействия $1 \risingdotseq \frac{1}{s}$ построены переходные характеристики для $G(s)$ и $\frac{G(s)}{1+G(s)}$



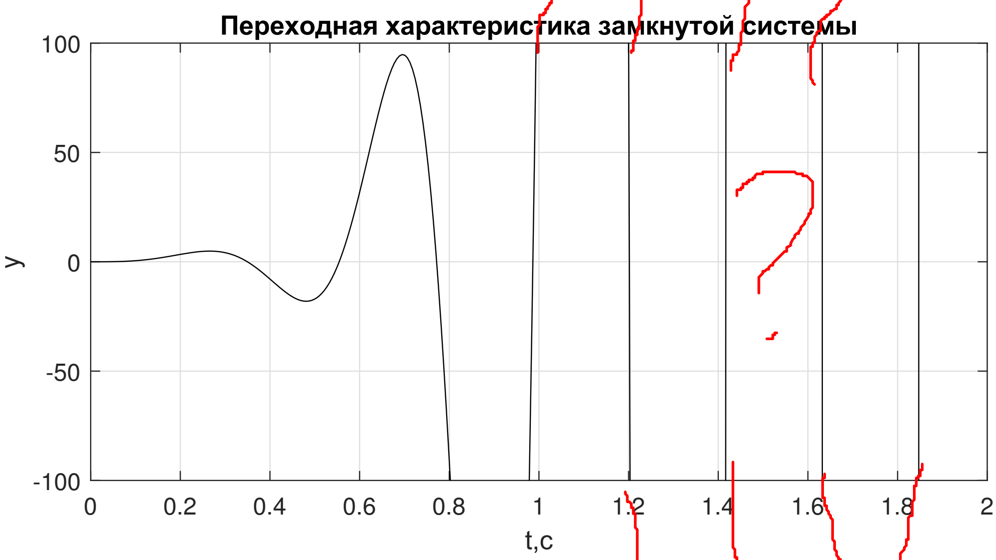


Рисунок 2.7 — Переходные характеристики разомкнутой и замкнутой систем

график надо было отмасштабировать по Y!

В MATLAB эти характеристики построены с помощью функций `step(opensys)`, `step(closedsys)`. Результаты выведены на рис. рис. 2.7.

Как было указано ранее, из-за наличия множителя $1/s$ выходной сигнал $G(s)$ при ступенчатом воздействии имеет слагаемое t, которое неограниченно растёт. Слагаемые от остальных левых полюсов быстро затухают.

Из-за наличия правых комплексно-сопряжённых полюсов замкнутой системы происходит неограниченное возрастание выходного сигнала (выходной сигнал имеет слагаемые с $e^{7.052t}$), Из-за этого даже на графике видны только первые два пика: каждый последующий пик на порядок выше другого. Система неустойчива.

2.6 Получение переходных характеристик в Simulink

На рис. 2.8 составлена блок-схема (Simulink). Схема построена по условию без упрощений, чтобы проверить, правильно ли получены предыдущие результаты с упрощённой схемой. Воздействие задаётся блоком `Step` с началом ступени в момент $t = 0$.

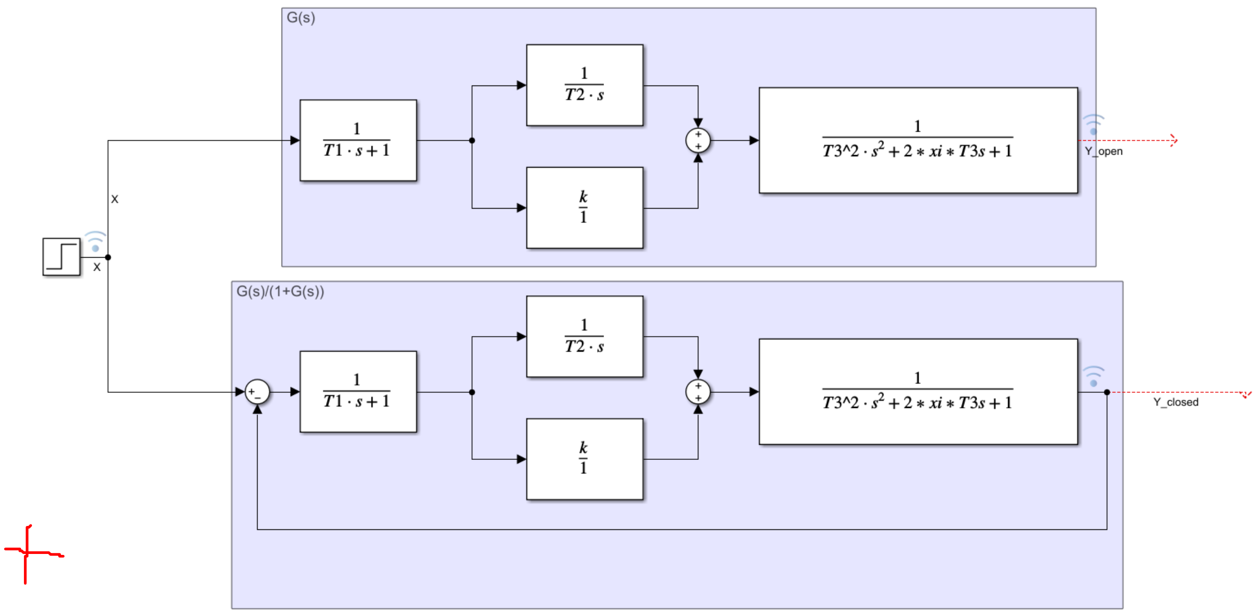


Рисунок 2.8 — Блок-схема в Simulink

Результаты решения модели в Simulink представлены на рис. 2.9 Как видно, выходные сигналы разомкнутой и замкнутой системы совпадают с полученными ранее.

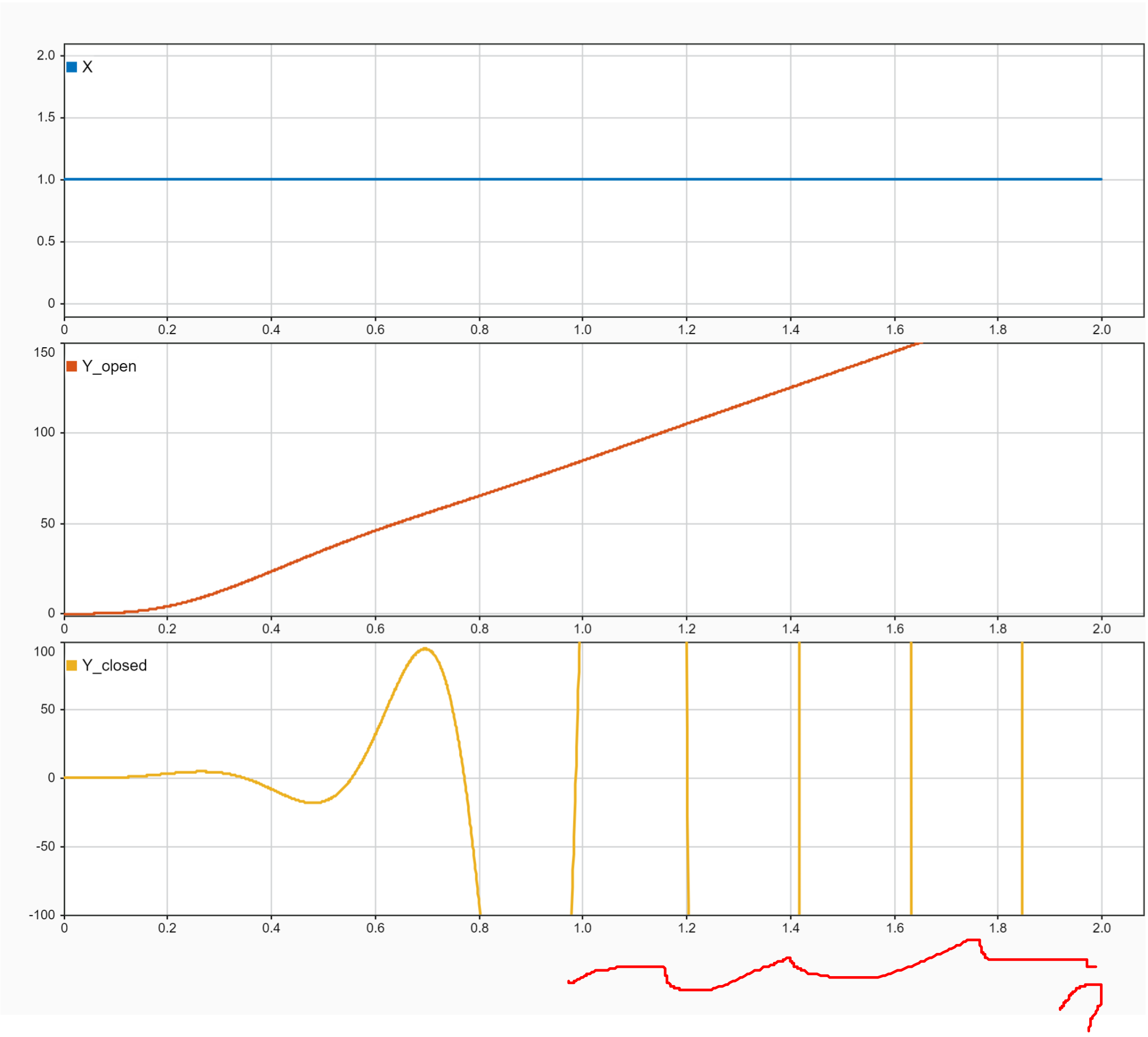


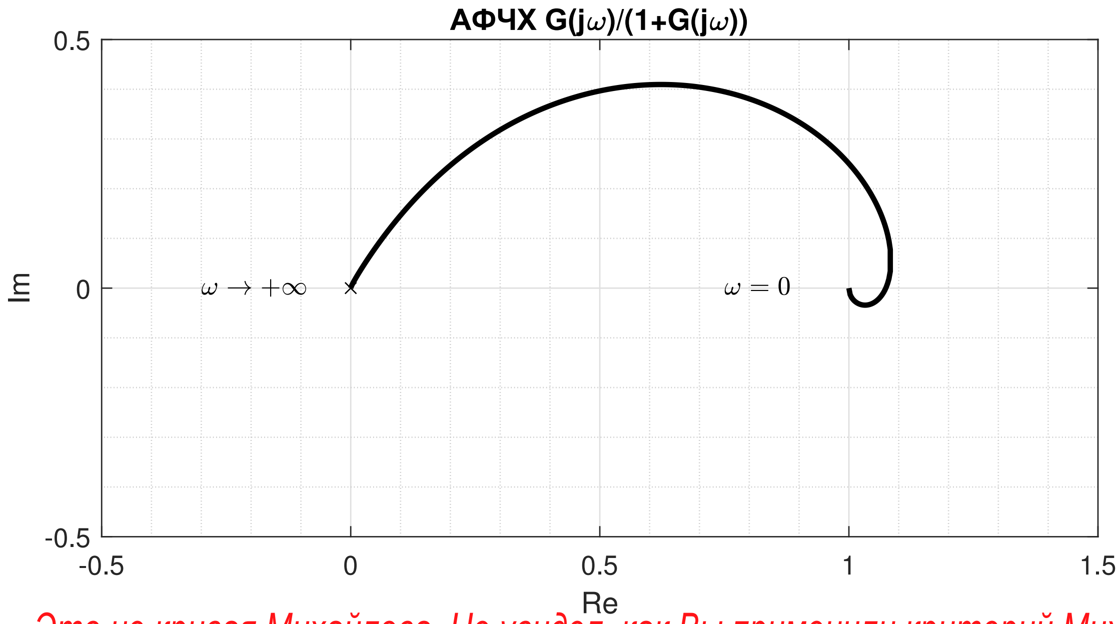
Рисунок 2.9 — Переходные характеристики из Simulink

2.7 Использование критерия Михайлова

Используется тот же годограф на рис. 2.2. В случае рассмотрения полюсов разомкнутой системы $G(s)$ следует рассматривать, сколько раз годограф обходит не точку $-1+0j$, (делается для $1+G(s)$), а сколько раз он обходит точку $0+0j$ и в каком направлении.

При заданных условиях годограф проходит через точку $0+0j$, что говорит о том, что система имеет полюс в точке $s=0$ (это действительно так), а значит система неустойчива.

Анализ устойчивости замкнутой системы по годографу проведён ранее. Можно сместить ось y на одну единицу вправо, тогда мы получим годограф $1+G(s)$, откуда так же можно найти число полюсов и нулей $1+G(s)$, а значит и замкнутой системы.



Это не кривая Михайлова. Не увидел, как Вы применили критерий Михайлова

Рисунок 2.10 — Кривая Михайлова для замкнутой системы

На рис. 2.10 построена АФЧХ для $\frac{G(s)}{1+G(s)}$. Кривая Михайлова пересекает начало координат - замкнутая система неустойчива (кривая проходит через начало координат, так как кривая в s-плоскости проходит через $s=\infty$, которая в данном случае является "неявным полюсом". Этот факт противоречит требованию принципа аргумента о том, что кривая не должна проходить через особые точки.)

3 Вывод

В ходе домашнего задания было выполнено следующее:

1. Определена передаточная функция разомкнутой и замкнутой ситемы

2. Через критерий Рауса определено, что система неустойчива (два правых полюса)

3. Построена АФЧХ разомкнутой системы (рис. 2.2) при изменении частоты от 0 до ∞. Критерием Найквиста определено, что замкнутая система неустойчива.

4. Построены ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы (рис. 2.5). Опредены запасы устойчивости по модулю и по фазе для соответствующей замкнутой системы: -23.2245 дБ и -103.1475° - отсюда вывод о неустойчивости системы.

5. Построить переходный процесс в разомкнутой и замкнутой системах при реакции на единичное ступенчатое воздействие - рис. 2.7

6. Разработана модель соответствующей замкнутой и разомкнутой системы в Simulink (рис. 2.8) и получены графики переходных процессов при единичном ступенчатом воздействии (рис. 2.9).

7. Определить устойчивость разомкнутой и замкнутой системы с использованием критерия Михайлова (Обе неустойчивы)

Приложение А Скрипт MATLAB для выполнения ДЗ

А.1 Основная программа

```
T1=0.1;T2=0.01;T3=0.1;k=2.0;xi=0.7/2; %%Условие

sysA=tf([1], [T1 1]);
sysB1 = tf([1], [T2 0]);
sysB2 = tf([k], [1]);
sysC = tf([1], [T3^2 2*xi*T3 1]);

sysB=parallel(sysB1,sysB2)
series(sysA,sysB);
opensys = series(ans,sysC)
closedsys=feedback(opensys,tf([1],[1]))

pole(opensys)
pole(closedsys)

w=-0:0.01:1000;
[re,im,w] = nyquist(opensys.num,opensys.den,w);
figure(1)
plot(re,im,LineWidth=2)

hold on
plot(re,-im,'--')
plot(-1,0,'x')

plot(sin(0:pi/10:2*pi),cos(0:pi/10:2*pi),":",LineWidth=1)

gostplot("АФЧХ G(j\omega)","Re","Im",plot_size=[-1 17])
grid minor
axis equal
```

```
xlim([-17 2]);
ylim([-10 10]);

text(-2,6,'$\omega \to +\infty$',Interpreter='latex')
text(-2,-6,'$\omega \to -\infty$',Interpreter='latex')

text(-15,-8,'$\omega \to +0$',Interpreter='latex')
text(-15,8,'$\omega \to -0$',Interpreter='latex')

hold off

%%Path with infty
w=5:0.01:100;
[re,im,w] = nyquist(opensys.num,opensys.den,w);

figure(2)
plot(re,im,LineWidth=2)
set(gca(),'XAxisLocation','origin','YAxisLocation',
'origin','Box','off','XTick',[],'Ytick',[])

hold on
plot(re,-im,LineWidth=2)
plot(-1,0,'x')

-3*pi/4:pi/100:3*pi/4;

plot(15*sqrt(2)*cos(ans),16*1.4*sin(ans),":",LineWidth=1)

gostplot("","Re","Im",plot_size=[-1 17])
axis equal
xlim([-25 25]);
ylim([-25 25]);
```

```
text(-2,6,'$\omega \to +\infty$',Interpreter='latex')
text(-2,-6,'$\omega \to -\infty$',Interpreter='latex')

text(-15,-8,'$\omega \to +0$',Interpreter='latex')
text(-15,8,'$\omega \to -0$',Interpreter='latex')

text(12,10,'$G(j0)\to \infty$',Interpreter='latex')
hold off

figure(3)

-pi/2:pi/100:pi/2;
plot(cos(ans),sin(ans),'--',LineWidth=2)
hold on
-pi/2:pi/100:pi/2;
plot(0.2*cos(ans),0.2*sin(ans),LineWidth=2)
plot([0 0],[-0.2 -1],LineWidth=2);
plot([0 0],[0.2 1],LineWidth=2);
axis equal
xlim([-1.5 1.5]);
ylim([-1.5 1.5]);
set(gca(),'XAxisLocation','origin','YAxisLocation','origin',
'Box','off','XTick',[],'Ytick',[])

gostplot("","Re s","Im s = j\omega",plot_size=[-1 17])
hold off

text(0.25,0.1,'$(s=\epsilon e^{j\theta})$',Interpreter='latex')
text(1,0.2,'$(s=\infty)$',Interpreter='latex')

margin(opensys)
[mag,phase,wout]=bode(opensys)
[Gm,pm,wcp,wcg]=margin(opensys)
```

```
figure(4)
[yo,to]=step(opensys);
[yc,tc]=step(closedsys);
tiledlayout(2,1)
nexttile
plot(to,yo);
xlim([0,2])
ylim([-1,150])

gostplot("Переходная характеристика G(s)",
"t,c","y",plot_size=[-1 17])

nexttile
plot(tc,yc);
xlim([0,2])
ylim([-100,100])

gostplot("Переходная характеристика замкнутой системы",
"t,c","y",plot_size=[-1 17])

w=0:0.01:10000;
[re,im,w] = nyquist(closedsys.num,closedsys.den,w);

figure(5)
plot(re,im,LineWidth=2)

hold on
plot(0,0,'x')

gostplot("АФЧХ G(j\omega)/(1+G(j\omega))","Re","Im",
plot_size=[-1 17])
grid minor
```

```
axis equal
xlim([-0.5 1.5]);
ylim([-0.5 0.5]);

text(-0.3,0,'$\omega \to +\infty$',Interpreter='latex')

text(0.75,0,'$\omega =0$',Interpreter='latex')

hold off
```

A.2 Функция gostplot

Выполнена для оформления графиков.

```
%% Программа ver. 1.2
arguments
titul (1,1) string = ""
xlab (1,1) string = ""
ylab (1,1) string = ""
options.keep_color (1,1) logical = false
options.width (1,1) int16 = 0
options.plot_size (1,2)  = [0 0]
options.size_unit (1,1) string = "centimeters"
end
title(titul)
xlabel(xlab);
ylabel(ylab);
grid on; % Включить сетку;

base_width_cm=17;

cplot=gcf();
```

```
set(cplot, 'Color', 'white'); % Белый задний фон
%% Черные линии
lines = findobj(cplot, 'Type', 'line');

if options.keep_color == false
for i = 1:length(lines)
set(lines(i), 'Color', [0 0 0]);
end
end

if options.width ~=0
for i = 1:length(lines)
set(lines(i), 'LineWidth', options.width);
end
end

%%Размер
if options.plot_size ~= [0 0]
set(cplot, 'units','centimeters')

if options.plot_size(1)<0
set(cplot, 'units','centimeters')
cplot.Position(3)=base_width_cm;
else
cplot.Position(3)=options.plot_size(1);

end
if options.plot_size(2)>0
cplot.Position(4)=options.plot_size(2)
else
end
end
```