

**Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(МГТУ имени Н.Э. Баумана)**

**Кафедра «Гидромеханика, гидромашины и гидропневмоавтоматика»
(Э-10)**

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
по первому, второму, третьему домашнему заданию
по курсу «Механика жидкости и газа»

Номера задач:

3.10, 4.27; 7.12, 9.35, 10.35; 3.1.19, 3.2.1

Выполнил студент группы: *СМ10-51 Сухоносенко В.Б.*

Дата сдачи на проверку -

Проверил преподаватель: *Яроц Валерий Владимирович*

1 Задача 3.10

Условие: Определить усилия, нагружающие болтовые группы А и В сборного конического резервуара, содержащего воду, если $h = 1$ м, наибольший внутренний диаметр сосуда $D = 3$ м, а показание манометра $M = 40$ кПа.

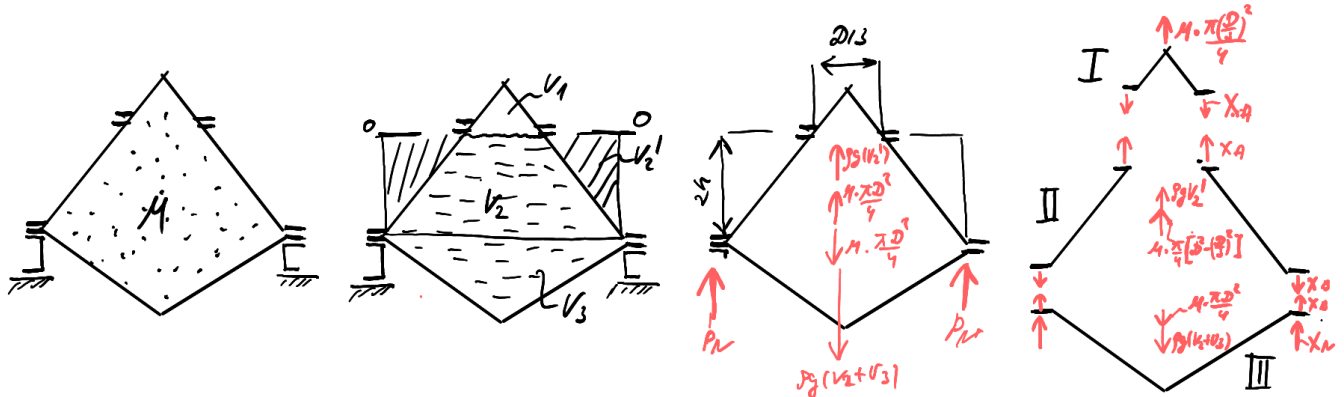
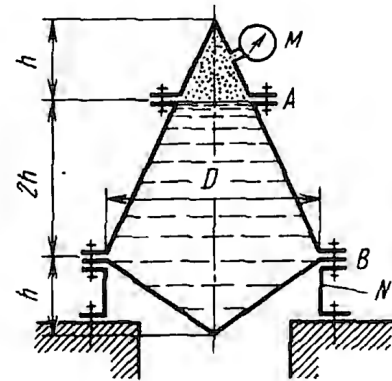
Решение: Посчитаем действие газа и действие жидкости на сосуд по отдельности, из уравнений равновесия найдём все реакции.

Сначала отбросим крепление N и заменим его реакцией X_N . Кроме этой реакции, на бак будут действовать:

На участок I - Сила от давления газа, равная $\frac{M\pi(D/3)^2}{4}$ и направленная вверх;

На участок II: Сила от давления газа $M\frac{\pi}{4}(D^2 - (D/3)^2)$, направлена вверх; Сила от давления жидкости в объёме V_2 , равная весу жидкости в объёме V_2' - $\rho g V_2'$, направлена вверх;

На участок III: Сила от давления газа $M\frac{\pi D^2}{4}$ вниз и сила, равная весу жидкости в баке $\rho g(V_2 + V_3)$ - вниз. Из уравнения равновесия всего бака находим (Силы



давления от газа на стенки выше и ниже точки В компенсируют друг друга)

$$X_N = \rho g(V_2 + V_3 - V_2')$$

Где

$$V_2 = \frac{\pi D^2}{3 \cdot 4} 3h - \frac{\pi \left(\frac{D}{3}\right)^2}{3 \cdot 4} h = \frac{\pi 3^2}{3 \cdot 4} \cdot 3 - \frac{\pi 1^2}{3 \cdot 4} \cdot 1 = 6.8 \text{ м}^3$$

$$V_3 = \frac{\pi D^2 h}{3 \cdot 4} = 2.36 \text{ м}^3$$

$$V_2' = \frac{1}{4} \pi D^2 2h - V_2 = 7.33 \text{ м}^3$$

$$X_N = 1000 \cdot 9.81(6.8 + 2.36 - 7.33) = 18 \text{ кН}$$

Из уравнения равновесия для участка I

$$X_A = M \frac{\pi (D/3)^2}{4} = 40 \cdot \pi \frac{1^2}{4} = 31.41 \text{ кН}$$

Из Уравнения равновесия участка III

$$X_B = \rho g(V_2 + V_3) + M \frac{\pi D^2}{4} - X_N = 1000 \cdot 9.81(6.8 + 2.36) + 40 \cdot 10^3 \frac{\pi 9}{4} - 18 \cdot 10^3 = 354.65 \text{ кН}$$

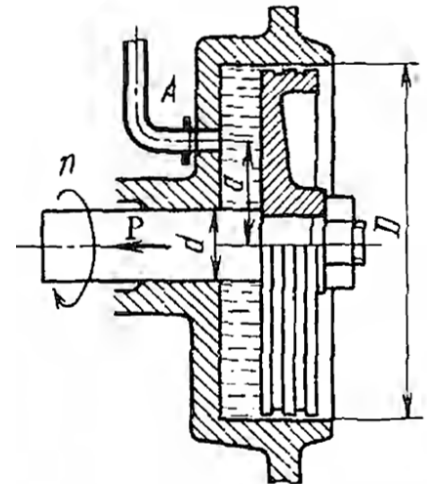
Ответ: $X_A = 31.41 \text{ кН}$; $X_B = 354.65 \text{ кН}$

2 Задача 4.27

Условие: В гидравлическую пята, вращающуюся с частотой $n = 3000 \text{ об/мин}$, по трубке А под избыточным давлением $p = 1 \text{ МПа}$ подаётся вода.

Определить осевую силу P , которую может уравновешивать пята, считая, что вода над поршнем вращается с половиной угловой скорости последнего. Диаметр поршня $D = 0.32 \text{ м}$, диаметр вала $d = 0.05 \text{ м}$, трубка присоединена к корпусу пяты на расстоянии $a = 0.07 \text{ м}$ от оси.

На каком расстоянии a от оси нужно расположить трубку А, чтобы осевая сила, уравновешиваемая пятой не зависела от частоты вращения?

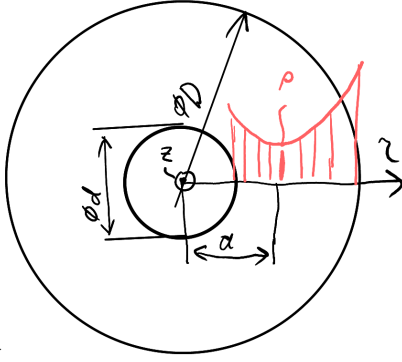


К задаче 4.27

Решение. В зависимости от расстояния r от оси на жидкость действует массовая сила $\omega^2 r = \left(\frac{2\pi n}{60 \cdot 2}\right)^2 r$, которая имеет минимальное значение при $r = d/2$: $q_{r_{min}} = 157.08 \cdot \frac{0.05}{2} = 616.85 \text{ м/с}^2$, что примерно в 63 раза больше массовой силы $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. Это значит, что силами тяжести в данной задаче можно пренебречь.

Дифференциальное уравнение равновесия имеет вид

$$dp = \rho \omega^2 r dr$$



Причём должно быть выполнено граничное условие $p(a) = p$. В таком случае давление в произвольной точке полости равно

$$p(r) = p(a) + \int_a^r (\rho \omega^2 r) dr = p + \frac{\rho \omega^2}{2} (r^2 - a^2)$$

То есть давление в осевом направлении имеет вид параболы с вершиной в точке $r=a$. Поверхности уровня - концентрические цилиндры.

Давление жидкости на поршень определим как $P = \iint_A p(r) dA$, где A - площадь контакта жидкости с поршнем. Тогда

$$P = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{d/2}^{D/2} \left[p + \frac{\rho \omega^2}{2} (r^2 - a^2) \right] r dr = 2\pi \left[p \frac{D^2 - d^2}{2} + \frac{\rho \omega^2}{2} \left(\frac{r^4}{4} - \frac{a^2 r^2}{2} \right) \Big|_{d/2}^{D/2} \right]$$

$$P = 2\pi \left[p \frac{D^2 - d^2}{2} + \frac{\rho \omega^2}{2} \left(\frac{D^4 - d^4}{16 \cdot 4} - \frac{a^2 D^2 - d^2}{2 \cdot 4} \right) \right]$$

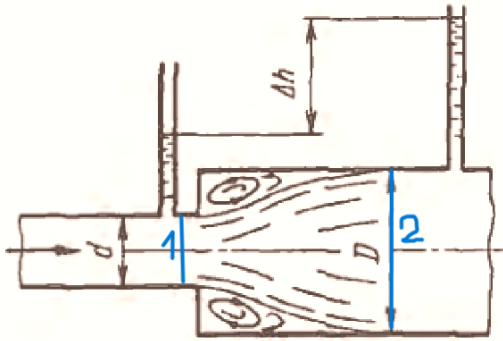
Подставив $a = 0.07$ м получим $P = 2\pi \left[10^6 \frac{0.32^2 - 0.05^2}{2} + \frac{10^3 \cdot 616.85^2}{2} \left(\frac{0.32^4 - 0.05^2}{16 \cdot 4} - \frac{0.07^2 \cdot 0.32^2 - 0.05^2}{2 \cdot 4} \right) \right] = 86.41$ кН.

Сила давления на поршень не будет зависеть от частоты вращения при условии $\frac{D^4 - d^4}{16 \cdot 4} - \frac{a^2 D^2 - d^2}{2 \cdot 4} = 0$. Отсюда имеем $\frac{a'^2}{8} = \frac{D^2 + d^2}{16 \cdot 4}$ и

$$a' = \frac{\sqrt{D^2 + d^2}}{2\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{0.32^2 + 0.05^2}}{2\sqrt{8}} = 0.1145 \text{ м}$$

Ответ: $P = 86.41$ кН, $a' = 0.1145$ м.

3 Задача 7.12



К задаче 7.12

Условие. Определить отношение диаметров D/d , при котором в случае внезапного расширения трубы будет иметь место наибольшая разность показаний пьезометров Δh для любого заданного расхода.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для сечений, соответствующим сечениям 1 и 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_2^2}{2g} + \xi \frac{v_1^2}{2g}$$

Коэффициент Кориолиса для турбулентного течения примем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$. Потери на трение по теореме Борда $\xi v_1^2/2g$, где $\xi = (1 - \frac{S_1^2}{S_2^2})^2 = (1 - \frac{d^2}{D^2})^2$. Разность показания пьезометров равна $\Delta h = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$. Тогда получим следующее уравнение:

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g} - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

Из равенства расходов $Q_1 = Q_2 \implies v_2 = v_1 \frac{d^2}{D^2}$, подставив значение v_2 получим

$$\Delta h = v_1^2 \frac{(d^2 D^2 - d^4)}{D^4 g}$$

Подставив $v_1 = \frac{4Q_1}{\pi d^2}$ и преобразовав выражение, получим

$$\Delta h = \frac{4Q}{\pi d^2 g} \cdot \left[\left(\frac{d}{D}\right)^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 \right]$$

Получили, что Δh зависит от малого диаметра d и от соотношения $k = \frac{D}{d}$. При любом заданном диаметре d максимальный перепад высот столбов жидкости происходит при максимуме выражения $\frac{1}{k^2} - \frac{1}{k^4}$ ($k \geq 1$). Приравняв производную этого выражения к нулю $\frac{4}{k^5} - \frac{2}{k^3} = 0$ получим $k = \sqrt{2}$. Вторая производная $\frac{6}{k^4} - \frac{20}{k^6} \big|_{k=\sqrt{2}} = -1$ отрицательна, значит при $k = \sqrt{2}$ имеет место максимум выражения.

Ответ: $\frac{D}{d} = \sqrt{2}$

4 Задача 9.35

Условие. Вода в количестве $Q = 12$ л/с перекачивается по стальному трубопроводу диаметром $d = 125$ мм, длиной $L = 1000$ м.

Определить потери напора h при возрастающих значениях шероховатости в процессе старения трубы $\Delta = 0.1; 0.2; 1.2$ мм. Кинематическая вязкость воды $\nu = 0.01$ Ст.

Значения λ определить по графику приложения 2.

Решение. Переведём данные в систему СИ: $Q = \frac{3}{250}$ м³/с; $d = 0.125$ м; $\nu = 10^{-6}$ м²/с.

Определим число Рейнольдса

$$Re = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{3}{250} \cdot 0.125 \cdot \frac{1}{10^{-6}} = 1.22 \cdot 10^5$$

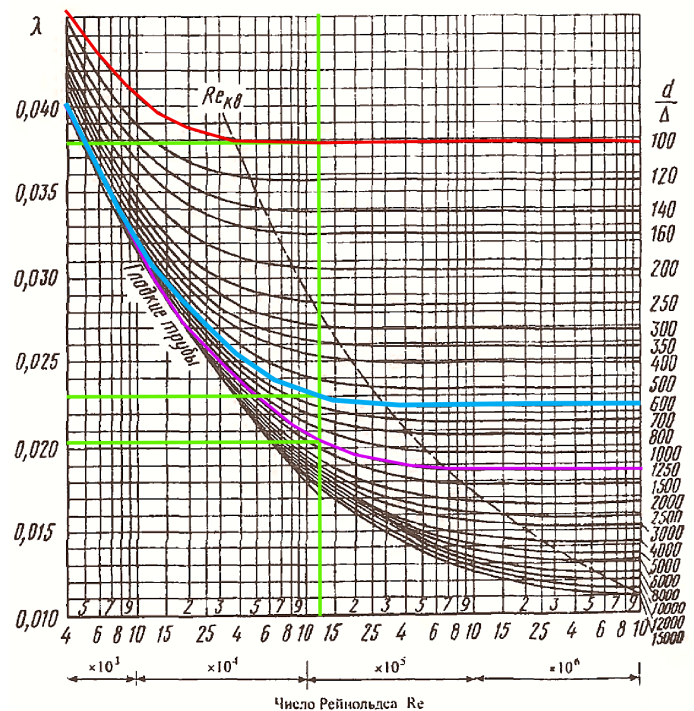
Значение $Re \gg 2300$, режим течения турбулентный. Значения $\frac{d}{\Delta}$ для трех случаев равны 1250, 625, 104.167 соответственно. По графику зависимости коэффициента сопротивления труб можно определить, что первые два случая шероховатости относятся к переходной зоне, а последний случай относится к зоне квадратичного сопротивления (автомоделность), что подтверждается формулой для числа Рейнольдса квадратичной зависимости $Re_{кв} = 500 \frac{d}{\Delta_3} = 5.2 \cdot 10^4$, что меньше рассчитанного Re . Для первого и второго случаев $Re_{кв} = 6.25 \cdot 10^5, 3.125 \cdot 10^5$ соответственно.

Потери напора в трубе определяются по формуле

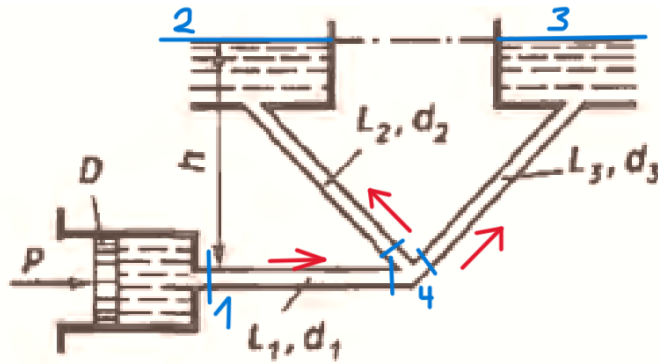
$$h = \lambda \frac{L v^2}{d 2g} = \lambda \frac{8LQ^2}{d^5 g \pi^2} = \lambda \cdot 389.882 \text{ м}$$

Значения λ найдены по графику: 0.0203, 0.0226, 0.0379 соответственно. Если воспользоваться формулой Альтшуллера $\lambda = 0.1 \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0.25}$, получим значения: 0.019, 0.022, 0.032.

Используя данные, полученные с графика, потери напора составят (в метрах) 7.915, 8.811, 14.777.



5 Задача 10.35



К задаче 10.35

Условие. Определить расходы Q_1, Q_2, Q_3 масла ($\delta = 0.88, \nu = 0.5$ Ст) в трубах, имеющих длины $L_1 = L_2 = L_3 = L = 15$ м и диаметры $d_1 = d_2 = 20$ мм, $d_3 = 15$ мм, если статический напор в баках $h = 10$ м и к поршню гидроцилиндра, диаметр которого $D = 60$ мм, приложена сила $P = 1000$ Н. Местными потерями напора в трубах, утечками и трением в гидроцилиндре пренебредить.

Решение. Давление поршня на жидкость $p = \frac{P}{\pi D^2/4} = 354$ кПа; Плотность масла $\rho = \delta \rho_{\text{воды}} = 880$ кг/м³. Напоры

$H_2 + H_3 = h$. Из уравнения Бернулли (скоростными напорами пренебрегаем) для узла и сечения 1, узла 4 и сечения 2, узла 4 и сечения 3; уравнения совместности расходов получим:

$$\begin{cases} \frac{p}{\rho g} = H_4 + h_{14} \\ H_4 = h + h_{42} \\ H_4 = h + h_{43} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 \end{cases}$$

Откуда следует $\frac{p}{\rho g} - h = h_{142}$, где h_{142} - потери напора при движении от сечения 1 к сечению 2. Помимо этого из уравнений следует $h_{42} = h_{43}$

Предположим сначала, что режим течения во всех трубах - ламинарный. Тогда потери напора можно представить в виде $h_{142} = \frac{128L\nu Q_1}{\pi d^4 g} + \frac{128L\nu Q_2}{\pi d^4 g}$ ($d = d_1 = d_2$)

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{128L\nu Q_2}{\pi d_2^4 g} = \frac{128L\nu Q_3}{\pi d_3^4 g} \\ \frac{p}{\rho g} - h = \frac{128L\nu(Q_1 + Q_2)}{\pi d^4 g} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 \end{cases}$$

Получим значения расходов (в л/с): 0.904, 0.687, 0.217 соответственно для Q_1, Q_2, Q_3 . Число Рейнольдса для каждого из потоков $Re = \frac{4Q}{\nu \pi d}$ равны соответственно 1151, 874.4, 368.9 - ни одно из них не превышает критического значения 2300, что означало бы переход к турбулентному режиму, поэтому изначальное предположение о том, что режим течения ламинарный, верно.

6 Задача 3.1.19

Задача 3.1.19

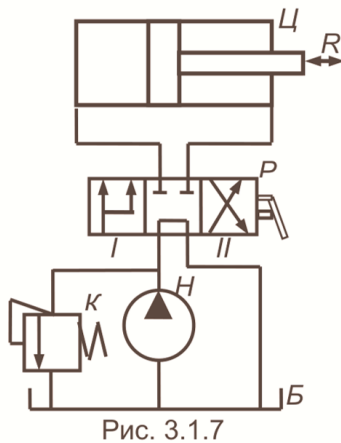


Рис. 3.1.7

В объемном гидроприводе (рис.3.1.7) насос H развивает максимальное давление $p_H = 20$ МПа при подаче $Q_H = 20$ л/мин. Гидроцилиндр имеет размеры диаметров поршня $D = 160$ мм и штока $d = 80$ мм.

Пренебрегая потерями давления в гидролиниях и гидрораспределителе, определить максимальные развиваемые усилия и скорости движения штока при работе в I и II положениях гидрораспределителя.

Решение. В положении I распределителя в полость цилиндра поступает жидкость с расходом Q_H . Скорость движения штока

$$v = \frac{4Q_H}{\pi D^2} = 4 \cdot \frac{1/50}{\pi 0.16} = 0.99 \text{ м/с}$$

Так как по условию потерь давления не имеется, жидкость в штоковой области не будет оказывать давления, поэтому мощность цилиндра $Fv = Q_H p_H$, откуда можно найти максимальное развиваемое усилие

$$F = \frac{Q_H p_H}{v} = 402 \text{ кН}$$

В положении II распределителя жидкость с расходом Q_H поступает в штоковую полость. Скорость движения

$$v' = \frac{4Q_H}{\pi(D^2 - d^2)} = 1.33 \text{ м/с}$$

Потери давления отсутствуют, максимальное усилие

$$F' = \frac{Q_H p_H}{v'} = 302 \text{ кН}$$

7 Задача 3.2.1

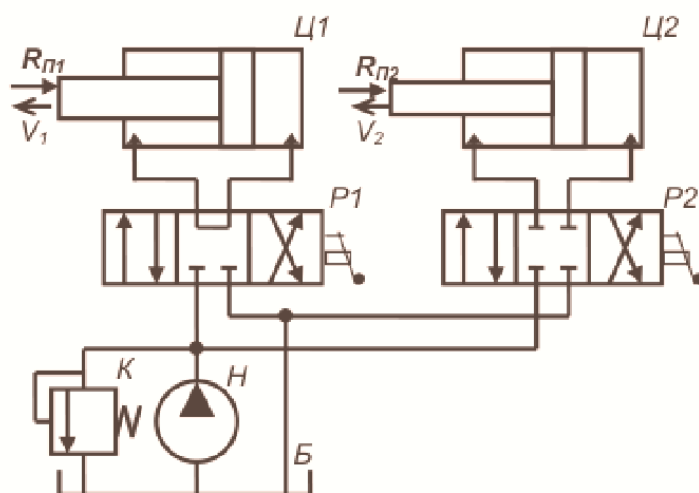


Рисунок к задачам 3.2.1 - 3.2.6

В объемном гидроприводе используются одноштоковые гидроцилиндры Ц1 и Ц2 с диаметрами поршней $D_{п1}$ и $D_{п2}$ и диаметрами штоков левого d_1 и правого d_2 гидроцилиндров и равными длинами ходов штоков $L_1 = L_2 = L$.

Насос обеспечивает подачу Q_H при максимальном давлении в нагнетания p_H . Общий КПД насоса η_H .

Во время одновременной работы гидроцилиндров при максимальном давлении в напорной гидрوليнии и поршневых полостях штоки гидроцилиндров Ц1 и Ц2 преодолевают препятствующие движению нагрузки $R_{п1}$ и $R_{п2}$ и перемещаются со скоростями V_1 и V_2 .

Потери давления в гидрوليниях каждого из гидроцилиндров: напорной 0,2 МПа и 0,15 МПа. Утечки в гидроаппаратуре равны $Q_{умГА}$. Гидробак выполнен в виде гидроцилиндра диаметром $D_{ц}$.

Определить:

- максимальные усилия и скорости, развиваемые штоками гидроцилиндров;
- какую максимальную мощность потребляет насос?;
- с каким общим КПД работает гидропривод?;
- высоту колебания уровня жидкости при совершении этого хода.

* Величины параметров гидроустройств для каждой задачи приведены в таблице № 3.2

	Q_H л/мин	p_H МПа	η_H	$D_{п1}$ мм	$D_{п2}$ мм	d_1 мм	d_2 мм	L мм	$Q_{умГА}$ см ³ /мин	$D_{ц}$ мм
3.2.1	24	10	0,88	100	80	60	40	400	50	400

Решение. Подача насоса Q_H распределяется на два гидроцилиндра и на утечки в гидроаппаратуре: $Q_H = Q_1 + Q_2 + Q_{ут}$. Давление в поршневых полостях Ц1 и Ц2 $p_1 = p_H - 0.2 \text{ МПа} = 9.8 \text{ МПа}$; $p_2 = p_H - 0.15 \text{ МПа} = 9.85 \text{ МПа}$.

Так как потери давления указаны только в напорных линиях, в сливных линиях считаем, что потерь нет, поэтому жидкость в штоковых полостях не оказывает сопротивления движению: развиваемые усилия гидроцилиндров

$$F_1 = p_1 \frac{D_1^2}{4} = 77 \text{ кН}; \quad F_2 = p_2 \frac{D_2^2}{4} = 49.5 \text{ кН}$$

Максимальная потребляемая мощность насоса

$$N_H = \frac{Q_H p_H}{\eta_H} = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^6}{0.88} = 4545.45 \text{ Вт}$$

Высота колебания уровня жидкости при совершении этого хода равна $\frac{W}{D_{Ц}}$, где W - колебания объема жидкости в баке. Этот объем меняется на величину объемов, вымещаемым двумя штоками $W = L \cdot \frac{\pi}{4}(d_1^2 + d_2^2) = 1.634 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$. Тогда

$$h_{\text{колеб}} = \frac{W}{D_{Ц}} = 13 \text{ мм}$$

Общий КПД гидропривода

$$\eta_{\text{общ}} = \frac{Q_1 p_1 + Q_2 p_2}{N_H} = \frac{F_1 v_1 + F_2 v_2}{N_H}$$

Для нахождения v_1, v_2 (или Q_1, Q_2) Необходимо дополнительное условие. Если предполагать, что проводимость σ обеих гидролиний одинакова, тогда из предположения $Q \sim \sigma \sqrt{\Delta p}$, где Δp - потери в данной гидролинии, получим $\frac{Q_1}{Q_2} = \sqrt{\frac{0.15}{0.2}}$. Зная, что $Q_H - Q_{ут} = Q_1 + Q_2$, скорости штоков $v = \frac{Q}{S}$ равны соответственно 0.027 и 0.037 метров в секунду, и общий КПД равен 0.86.

Если же речь идёт о максимальной развиваемой скорости штоков гидроцилиндров по отдельности, то при полностью отключенном (остановившемся) гидроцилиндре 2 весь расход $Q_H - Q_{ут} = Q'_1$ Идёт на 1-й гидроцилиндр. Тогда максимально возможная скорость $v_{1max} = \frac{Q'_1}{S_1} = 0.05 \text{ м/с}$, КПД $\eta' = \frac{v_{1max} F_1}{N_H} = 0.861$. В случае остановившегося 1-го гидроцилиндра, аналогично получаем $Q''_2 = Q_H - Q_{ут}$; $v_{2max} = \frac{Q''_2}{S_2} = 0.079 \text{ м/с}$ и $\eta'' = 0.865$